

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

*
混合機率分布於水文頻率分析適用性之研究(II)
*

計畫編號：NSC 89-2211-E-032-013

執行期間：88 年 8 月 1 日至 89 年 7 月 31 日

計畫主持人：虞國興

執行單位：淡江大學水資源及環境工程研究所
中華民國八十九年七月三十一日

中文摘要

理論上混合機率分布之累積機率呈反曲或 S 型，由於水文資料常因其長度之不足，或樣本本身特性等因素，點繪於機率紙上時呈現反曲或 S 型的狀況，故易導致資料誤判為混合機率分布之結果。本研究將藉由混合機率分布參數特性之探討，提出一辨識資料所屬為單一機率分布抑或混合機率分布之檢驗方法。本研究以已知統計特性之合成資料，利用參數檢定方法分析當資料以混合機率分布擬合後，其分布參數間之特性，進而提出一分布檢驗方法，部份並與分布判斷準則 MSE 配合 F 檢定、分布群數判斷準則概似比率檢定 (likelihood ratio test) 作一比較。合成資料之產生兼以傳統上常用之單一機率分布 (NOR、LN2、EV1 及 PT3) 以及混合機率分布。研究中並針對台灣地區資料記錄年至少 30 年之年一日、二日及三日最大降雨量資料 250 站，進行分析，以探討本研究所提方法之適切性，並提供實際規劃之參考。研究結果顯示，以 MSE 配合 F 檢定作為分布之判斷準則時，單一機率分布之合成資料易被誤判為混合機率分布，誤判率達 85% 以上。而本研究所提之分布檢驗方法，於單一機率分布之合成資料為小樣本時，精確度達 85% 以上；於混合機率分布之合成資料為大樣本時，精確度可達 90%。而依據實測資料之分析結果可知，台灣地區年一日、二日、三日最大暴雨資料仍以單一機率分布較為適用。

英文摘要

The theoretical cumulative probability of mixture distributions also presents S or reverse curvatures on probability paper. For the real hydrological data, its curve shown on probability paper could be S or reverse curvatures due to the shortage of data or the various characteristics of data itself. Therefore, it is often to be misidentified as a mixture distribution. By probing into the property of the parameters of mixture distributions, this study proposes a parameter test method to identify whether the data is belonged to a single or a mixture probability distribution. Because the statistical properties of the synthetic data are known, this study examines the property of the parameters after the data is fitted by mixture distributions. Therefore, a distribution test method is proposed in this present study. The comparisons of the distribution test method based on MSE with F test and likelihood ratio test have been done in this study. Meanwhile, the synthetic data were generated both by single probability distribution (NOR, LN2, EV1 and PT3) and mixture probability distribution. In addition, the annual maximum 1-day, 2-day, and 3-day rainfall which have at least 30 years records from 250 stations in Taiwan area are used to inspect the aptness of the proposed test method that proposed in this study. The result shows that, a single probability distribution is more often to be misidentified as a mixture probability distribution when MSE with F test is chosen, the percentage of misidentification reaches 85%. On the other hand, the proposed test method provides 85% of accuracy to identify the single probability distribution of the synthetic data for a small sample size, while the accuracy could reach 90% by the mixture distributions for a large sample size. According to the results obtained from the real data, it is more appropriate to choose the single probability distribution for the annual maximum 1-day, 2-day and 3-day rainfall in Taiwan area.

謝 誌

本研究承蒙 行政院國家科學委員會之經費補助，得以順利完成，特此致謝。另對於淡江大學水資源及環境工程研究所研究助理曾世璋之協助，使本計畫順利進行，在此一並致謝。

目 錄

頁次

中文摘要.....	I
英文摘要.....	II
謝 誌.....	III
目 錄.....	IV
表目錄.....	VI
圖目錄.....	IV
第一章 緒論.....	1
1.1 研究動機與目的.....	1
1.2 文獻回顧.....	2
1.3 本研究架構.....	3
第二章 理論基礎.....	4
2.1 混合機率分布及其參數推估.....	4
2.1.1 混合常態分布.....	4
2.1.2 混合對數常態分布.....	6
2.2 四種常用單一機率分布及其參數推估.....	7
2.2.1 常態分布.....	7
2.2.2 二參數對數常態分布.....	7
2.2.3 極端值(最大) I 型分布.....	8
2.2.4 皮爾遜III型分布.....	8
2.3 反轉換值推行.....	9
2.3.1 點繪法.....	9
2.3.2 推行方法.....	9

2.4 機率分布之判斷與檢定方法	10
2.4.1 分布判斷準則與F檢定	10
2.4.2 混合機率分布群數判斷	11
2.4.3 雙母體平均數檢定	12
2.4.4 雙母體變異數檢定	13
2.5 合成資料之產生	13
2.5.1 混合機率分布	13
2.5.2 四種常用單一機率分布	14
2.6 研究方法	15
2.6.1 初步分析	15
2.6.2 本研究所提方法	16
第三章 本研究所採用之資料	18
3.1 合成資料	18
3.1.1 單一機率分布	18
3.1.2 混合機率分布	18
3.2 實測資料	18
第四章 結果與討論	19
4.1 合成資料	19
4.1.1 MSE配合F檢定之判定	19
4.1.2 混合機率分布群數判斷之判定	20
4.1.3 擬合混合機率分布之參數特性與其檢定	20
4.1.4 本研究方法之判定	24
4.2 實測資料	25
第五章 結論	27
參考文獻	29

表目錄

頁次

表 1 單一機率分布合成資料之基本統計特性表	32
表 2 混合機率分布合成資料之基本統計特性表	32
表 3 北部地區各站基本資料表	33
表 4 中部地區各站基本資料表	34
表 5 南部地區各站基本資料表	37
表 6 東部地區各站基本資料表	40
表 7 MSE 配合 F 檢定之分析結果 (資料為常態分布)	41
表 8 MSE 配合 F 檢定之分析結果 (資料為混合常態分布, $p=0.5$)	42
表 9 混合機率分布群數判斷結果	43
表 10 各分布之資料擬合混合常態分布之參數檢定結果	44
表 11 本研究方法之判定(資料為單一機率分布, 與混合常態分布比較)	45
表 12 本研究方法之判定(資料為單一機率分布, 與混合對數常態分布比較)	47
表 13 本研究方法之判定(混合常態分布之資料, 低離散度, $p=0.1$)	49
表 14 本研究方法之判定(混合常態分布之資料, 中離散度, $p=0.1$)	50
表 15 本研究方法之判定(混合常態分布之資料, 高離散度, $p=0.1$)	51
表 16 本研究方法之判定(混合常態分布之資料, 低離散度, $p=0.3$)	52
表 17 本研究方法之判定(混合常態分布之資料, 中離散度, $p=0.3$)	53
表 18 本研究方法之判定(混合常態分布之資料, 高離散度, $p=0.3$)	54
表 19 本研究方法之判定(混合常態分布之資料, 低離散度, $p=0.5$)	55
表 20 本研究方法之判定(混合常態分布之資料, 中離散度, $p=0.5$)	56
表 21 本研究方法之判定(混合常態分布之資料, 高離散度, $p=0.5$)	57
表 22 全省各區年一日、二日及三日最大暴雨資料判定結果	58

圖目錄

	頁次
圖 1 混合常態分布參數推估之流程圖（以CASE1 為例）	59
圖 2 本研究所提檢驗方法之流程圖	60
圖 3 常態分布資料擬合混合常態分布所得之P（1000 組平均）	61
圖 4 常態分布資料擬合混合對數常態分布所得之P（1000 組平均）	61
圖 5 對數常態分布資料擬合混合常態分布所得之P（1000 組平均）	62
圖 6 對數常態分布資料擬合混合對數常態分布所得之P（1000 組平均）	62
圖 7 極端值 I 型分布資料擬合混合常態分布所得之P（1000 組平均）	63
圖 8 極端值 I 型分布資料擬合混合對數常態分布所得之P（1000 組平均）	63
圖 9 皮爾遜III型分布資料擬合混合常態分布所得之P（1000 組平均）	64
圖 10 皮爾遜III型分布資料擬合混合對數常態分布所得之P（1000 組平均）	64
圖 11 常態分布，擬合混合常態分布所得之P （左）CASE 1（中）CASE 2（右）CASE 3	65
圖 12 常態分布資料擬合CSAE 1、CASE 3 之平均值與資料平均值之關係	66
圖 13 對數常態分布資料擬合CSAE 1、CASE 3 之平均值與資料平均值之關係	66
圖 14 極端值 I 型分布資料擬合CSAE 1、CASE 3 之平均值與資料平均值之關係	67
圖 15 皮爾遜III型分布資料擬合CSAE 1、CASE 3 之平均值與資料平均值之關係	67
圖 16 常態分布資料擬合CSAE 2、CASE 3 之變異數與資料變異數之關係	68
圖 17 對數常態分布資料擬合CSAE 2、CASE 3 之變異數與資料變異數之關係	68
圖 18 極端值型 I 分布資料擬合CSAE 2、CASE 3 之變異數與資料變異數之關係	69
圖 19 皮爾遜III分布資料擬合CSAE 2、CASE 3 之變異數與資料變異數之關係	69
圖 20 CSAE 1 之資料擬合混合常態分布所得之P（低離散度，樣本大小 100） （上）CASE 1（中）CASE 2（下）CASE 3	70
圖 21 CSAE 1 之資料擬合混合常態分布所得之P（中離散度，樣本大小 100） （上）CASE 1（中）CASE 2（下）CASE 3	71
圖 22 CSAE 1 之資料擬合混合常態分布所得之P（高離散度，樣本大小 100）	

	(上) CASE 1 (中) CASE 2 (下) CASE 3	72
圖 23	CSAE 3 之資料擬合混合常態分布所得之P (低離散度, 樣本大小 100)	
	(上) CASE 1 (中) CASE 2 (下) CASE 3	73
圖 24	CSAE 3 之資料擬合混合常態分布所得之P (中離散度, 樣本大小 100)	
	(上) CASE 1 (中) CASE 2 (下) CASE 3	74
圖 25	CSAE 3 之資料擬合混合常態分布所得之P (高離散度, 樣本大小 100)	
	(上) CASE 1 (中) CASE 2 (下) CASE 3	75
圖 26	CSAE 2 之資料擬合混合常態分布所得之P (低離散度, 樣本大小 100)	
	(上) CASE 1 (中) CASE 2 (下) CASE 3	76
圖 27	CSAE 2 之資料擬合混合常態分布所得之P (中離散度, 樣本大小 100)	
	(上) CASE 1 (中) CASE 2 (下) CASE 3	77
圖 28	CSAE 2 之資料擬合混合常態分布所得之P (高離散度, 樣本大小 100)	
	(上) CASE 1 (中) CASE 2 (下) CASE 3	78

第一章 緒論

1.1 研究動機與目的

各項興利除害之水利工程，自古以來即為民生必然之建設，但由於自然界中存在各種不確定因素，使得工程設計者必須在兼顧經濟及風險情況下，選擇較適當設計值為之，因此水資源工程中對於洪水頻率之精確估計，乃規劃設計與行政決策所亟需之重要依據。藉由統計分析，以過去之觀測記錄歸納其特性，推估未來可能發生之情況，即為決定水工結構物設計流量或雨量時所常用的水文頻率分析方法。在傳統水文頻率分析上，主要乃基於樣本係來自某一已知分布之母體之假設而進行研究，而決定何為其隱含之分布，則為頻率分析之首要工作。

水文資料常因資料長度不足，或樣本本身特性等因素，而在機率紙上呈現反曲或 S 型，此時機率分布之判定不易，故有混合機率分布的引進。混合機率分布乃由兩個或以上之母體以一權重因子所連結，在參數之不同組合（表組成母體間離散程度）與其個數差異的影響下，混合機率分布於資料擬合（data fitting）上往往較傳統單一機率分布能有更佳的表现。由於機率密度函數型式的較複雜，故其在分布參數與推估值的計算上亦較單一機率分布更為繁瑣費時。

虞及章（1998）發現，若於單一機率分布之合成資料分析時僅以均方誤差（MSE）為分布判斷準則，則最終決策以採用混合機率分布為多，誤判情形嚴重（達 90% 以上），俟加以混合機率分布之群數判斷，雖可成功的將單一機率分布篩選出，大幅改善誤判情況（降至 10% 左右），但卻僅侷限於少數單一機率分布（資料之原始分布為常態、對數常態分布時），此現象或因群數判斷準則概似比率檢定於使用上之限制所導致（Deb and Trivedi, 1997；

Thode 等，1988；Atwood 等，1996）。據其研究之結果，單一機率分布之合成資料被誤判為混合機率分布之可能性偏高，而合成資料屬混合機率分布時之情況則未在研究範圍內。

有鑑於此，本研究之主要目的為找出一簡便且適宜之檢驗方法，用以辨識資料所屬為單一或混合機率分布，並一併探討合成資料為單一及混合機率分布時之判斷情形。

1.2 文獻回顧

某些集水區其洪水事件或有明顯不同的發生機制，此時可依發生之機制而將洪水事件分類，例如分為融雪流量及降雨流量兩類（Waylen and Woo，1982），或颱風流量及非颱風流量兩類，復進行頻率分析之。處理來自多於一個母體的資料，方法之一為採用混合機率分布進行頻率分析。混合機率分布乃由一權重因子連結數個分布元素所組成，分布元素之數目相依於母體數目。當混合機率分布以兩個母體連結時，亦稱為雙分布（Two-Distribution），又以雙常態分布、雙對數常態分布及雙指數分布較常被使用。其他混合型式如 Craigmile 及 Titterington（1997）以動差法與最大概似函數法推估參數之混合均勻分布；林及李（1991）於雙對數皮爾遜Ⅲ型分布之參數推估，比較最小平方法與最大概似法之差異。而，於不同之應用領域（如醫學上），其機率密度函數型式亦有所不同（Shen and Lin，1998；Wang 等，1998）。

Singh 等人（1972）最早將混合機率分布應用於水文統計分析，採用雙對數常態分布於洪水頻率分析，後並應用同樣概念於河川月流量資料之分析（1974）；Rossi 等人（1984）採用雙極端值分布於洪水頻率分析，模擬義大利流域之年洪峰流量；國內以林及涂（1988）最早使用雙對數常態分布，模擬濁水溪流域之桶頭站及集集站的月流量資料；林及李（1991）採用雙對數常態分布與雙對數皮爾遜Ⅲ型分布模擬月流量資料；虞及章（1998）探討混

合機率分布於水文頻率分析之適用性。

混合機率分布應用廣泛，其分布判定亦為一研究課題，相關研究有：Thode 等人（1988）對概似比率檢定（Likelihood ratio test）所使用之卡方分配其合適性進行探討；Atwood 等人（1996）針對概似比率檢定之檢定統計量與卡方分配之關係作一研究，提出應用於檢定時之卡方分配最適自由度應為 $2 + \alpha n^{\beta}$ ，並在卡方分配自由度為 2 時提出一適用範圍；Chang（1976）探討具相同共變數矩陣之二維雙常態分布及其最適樣本大小之決定。

1.3 本研究架構

本研究所探討之主題可歸結如下：

- (1) 藉由合成資料之分析，探討資料為單一機率分布及不同參數組合之混合機率分布時，以混合機率分布擬合所得之分布參數的特性。
- (2) 藉由合成資料之分析，本研究提出一檢驗方法，以判別出資料所屬分布為單一機率分布或為混合機率分布。另，部份並與分布判斷準則 MSE 及分布群數判斷概似比率檢定作一比較。
- (3) 針對不同樣本大小進行分析，探討資料長度所造成之影響。
- (4) 藉由實測資料之分析，探討本研究提方法之適切性。

本研究大綱為：第一章緒論；第二章理論基礎，分述頻率分析之理論與本研究之研究方法；第三章本研究採用之資料，說明本研究使用之合成資料與實測資料；第四章結果與討論，討論合成資料與實測資料之分析結果；第五章結論。

第二章 理論基礎

本研究欲探討辨識資料所屬為單一機率分布或混合機率分布之檢驗方法。由於實測資料所屬分布為未知，故研究中以合成資料統計特性之已知，進行理論分析，提出一檢驗方法，續以實測資料分析實際應用之狀況。本章節為說明混合機率分布、四種常用單一機率分布、各分布參數推估法、反轉換值推衍、機率分布之判斷與檢定方法、合成資料之產生以及本研究之研究方法等。

2.1 混合機率分布及其參數推估

一機率密度可表為或可被擬合為一混合機率分布，即權重相加兩個以上不同參數之組成機率分布的總和，其具有多種組合，可以式(2.1)表示之：

$$f(x; \theta_g) = \sum_{i=1}^g p_i f_i(x; \beta_i) \quad (2.1)$$

其中， $\theta_g = \{p_1, \dots, p_g, \beta_1, \dots, \beta_g\}$ ，混合機率分布之參數集合

x ：隨機變數

p_i ：混合權重， $\sum_{i=1}^g p_i = 1$ 。

β_i ：組成密度之參數

$f_i(x; \beta_i)$ ：組成分布之機率密度函數

本研究所探討之混合機率分布為其中兩種狀況，即混合常態分布及混合對數常態分布。

2.1.1 混合常態分布

混合常態分布之機率密度函數如式(2.1.1)所示：

$$f(x) = pf_1(x) + (1-p)f_2(x) \quad (2.1.1)$$

$$\text{其中 } f_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \exp\left(-\frac{(x-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}\right)$$

$$f_2(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} \exp\left(-\frac{(x-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}\right)$$

x ：隨機變數

p ：混合權重因子

混合常態分布之參數推估，本研究中採用 Dempster (1977) 極大化期望值演算法(expectation-maximization algorithm，簡稱 EM 方法)來計算最大概似估計值。假設已知 $x_i, i=1,2,\dots,n$ ，混合常態分布參數 $p, \mu_1, \mu_2, \sigma_1^2$ 及 σ_2^2 之推估使用 Aitkin (1980)之迭代法，計算流程如圖 1 所示（以 case1 為例）。其中，推估式依混合常態分布參數之不同組合而異，茲說明如下：

(1) 當 $\mu_1 \neq \mu_2, \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ 時（以下簡稱 case1）

其 $m (=4)$ 個參數 p, μ_1, μ_2 及 σ^2 之推估式如下：

$$\hat{p} = \sum_i \hat{a}(1|x_i) / n \quad (2.1.1a1)$$

$$\hat{\mu}_j = \sum_i x_i \hat{a}(j|x_i) / \sum_i \hat{a}(j|x_i) \quad j=1,2 \quad (2.1.1a2)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \sum_j \sum_i \{(x_i - \hat{\mu}_j)^2 \hat{a}(j|x_i)\} / n \quad (2.1.1a3)$$

其中， $\hat{a}(j|x_i)$ ：資料 x_i 屬於第 j 群機率分布之機率

n ：樣本資料個數

(2) 當 $\mu_1 = \mu_2, \sigma_2^2 = k\sigma_1^2 \neq \sigma_1^2$ 時（以下簡稱 case2）

其 $m (=4)$ 個參數 p, μ, σ_1^2 及 σ_2^2 之推估式如下：

$$\hat{p} = \sum_i \hat{a}(1|x_i) / n \quad (2.1.1b1)$$

$$\hat{\mu} = \sum_i w_i x_i / \sum_i w_i \quad (2.1.1b2)$$

$$\hat{\sigma}_j^2 = \sum_j \sum_i (x_i - \hat{\mu})^2 w_i / n \quad (2.1.1b3)$$

$$\hat{k} = \sum_i e_i^2 \hat{a}(2|x_i) / \sum_i \hat{a}(2|x_i) \quad (2.1.1b4)$$

其中， $w_i = \hat{a}(1|x_i) + \hat{a}(2|x_i) / \hat{k}$

$$e_i = (x_i - \hat{\mu})^2 / \hat{\sigma}_j$$

(3) 當 $\mu_1 \neq \mu_2, \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ 時 (以下簡稱 case3)

其 $m (=5)$ 個參數 p 、 μ_1 、 μ_2 、 σ_1^2 及 σ_2^2 之推估式如下：

$$\hat{p} = \sum_i \hat{a}(1|x_i) / n \quad (2.1.1c1)$$

$$\hat{\mu}_j = \sum_i x_i \hat{a}(j|x_i) / \sum_i \hat{a}(j|x_i) \quad j=1,2 \quad (2.1.1c2)$$

$$\hat{\sigma}_j^2 = \sum_i \{(x_i - \hat{\mu}_j)^2 \hat{a}(j|x_i)\} / \sum_i \hat{a}(j|x_i) \quad j=1,2 \quad (2.1.1c3)$$

2.1.2 混合對數常態分布

混合對數常態分布之機率密度函數如式 (2.1.2) 所示：

$$f(x) = pf_{y1}(x) + (1-p)f_{y2}(x) \quad (2.1.2)$$

$$\text{其中 } f_{y1}(x) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi}\sigma_{y1}} \exp\left(-\frac{(\ln x - \mu_{y1})^2}{2\sigma_{y1}^2}\right)$$

$$f_{y2}(x) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi}\sigma_{y2}} \exp\left(-\frac{(\ln x - \mu_{y2})^2}{2\sigma_{y2}^2}\right)$$

x ：隨機變數

p ：混合權重因子

參數 p 、 μ_{y1} 、 μ_{y2} 、 σ_{y1}^2 及 σ_{y2}^2 之推估方法，與混合常態分布之三種狀況的推估式相同（ $\mu_{y1} \neq \mu_{y2}$ ， $\sigma_{y1}^2 = \sigma_{y2}^2$ ，簡稱 case4； $\mu_{y1} = \mu_{y2}$ ， $\sigma_{y1}^2 \neq \sigma_{y2}^2$ ，簡稱 case5； $\mu_{y1} \neq \mu_{y2}$ ， $\sigma_{y1}^2 \neq \sigma_{y2}^2$ ，簡稱 case6），唯其中資料須先經過轉換，即令 $y_i = \ln x_i$ ，將 y_i 分別代入式(2.1.1a1)至式(2.1.1c3)等式中之 x_i ，即可推估其不同狀況之參數。

2.2 四種常用單一機率分布及其參數推估

本研究共計採用常態分布、二參數對數常態分布、極端值 I 型分布及皮爾遜 III 型分布，其中二參數對數常態分布之參數推估時資料不經轉換，皮爾遜 III 型分布之參數推估時偏態係數須經修正，以下則分別說明之。

2.2.1 常態分布

常態分布之機率密度函數如式(2.2.1)所示：

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp\left(-\frac{(x - \mu_x)^2}{2\sigma_x^2}\right) \quad (2.2.1)$$

其中， μ_x 及 σ_x^2 兩參數之推估值 \bar{x} 及 $\hat{\sigma}_x^2$ 如式(2.2.1a)、(2.2.1b)所示：

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i / n \quad (2.2.1a)$$

$$\hat{\sigma}_x^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 / n \quad (2.2.1b)$$

2.2.2 二參數對數常態分布

二參數對數常態分布之機率密度函數如式(2.2.2)所示：

$$f(x) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi}\sigma_y} \exp\left(-\frac{(\ln x - \mu_y)^2}{2\sigma_y^2}\right) \quad (2.2.2)$$

其中， μ_y 及 σ_y^2 兩參數之推估值 $\hat{\mu}_y$ 及 $\hat{\sigma}_y^2$ 採用資料不須轉換的方式求得，如式(2.2.2a)、(2.2.2b)所示：

$$\hat{\mu}_y = \ln(\bar{x}) - 0.5 \ln[(\hat{\sigma}_x / \bar{x})^2 + 1] \quad (2.2.2a)$$

$$\hat{\sigma}_y^2 = \ln[(\hat{\sigma}_x / \bar{x})^2 + 1] \quad (2.2.2b)$$

2.2.3 極端值（最大）I 型分布

極端值 I（最大）型分布之機率密度函數如式(2.2.3)所示：

$$f(x) = \alpha \exp\{-\alpha(x - \beta) - \exp(-\alpha(x - \beta))\} \quad (2.2.3)$$

其中， α 與 β 兩參數之推估值 $\hat{\alpha}$ 與 $\hat{\beta}$ 如式(2.2.3a)、(2.2.3b)所示：

$$\hat{\alpha} = 1.2825 / \hat{\sigma}_x \quad (2.2.3a)$$

$$\hat{\beta} = \bar{x} - 0.45 \hat{\sigma}_x \quad (2.2.3b)$$

2.2.4 皮爾遜Ⅲ型分布

皮爾遜Ⅲ型分布之機率密度函數如式(2.2.4)所示：

$$f(x) = \frac{1}{\alpha \Gamma(\beta)} \left(\frac{x - \theta}{\alpha} \right)^{\beta-1} \exp\left(-\frac{(x - \theta)}{\alpha}\right) \quad (2.2.4)$$

其中， β 、 α 與 θ 三參數之推估值 $\hat{\beta}$ 、 $\hat{\alpha}$ 與 $\hat{\theta}$ 如式(2.2.4a)、(2.2.4b)及(2.2.4c)所示：

$$\hat{\beta} = (2 / \hat{C}_{sx})^2 \quad (2.2.4a)$$

$$\hat{\alpha} = \hat{\sigma}_x / \hat{\beta}^{0.5} \quad (2.2.4b)$$

$$\hat{\theta} = \bar{x} - \hat{\sigma}_x \hat{\beta}^{0.5} \quad (2.2.4c)$$

本研究採用偏態係數須經修正之方法，利用式(2.2.4d)修正得 C'_{sx} ：

$$C'_{sx} = C_{sx} \frac{[n(n-1)]^{0.5}}{(n-2)} (1 + 8.5/n) \quad (2.2.4d)$$

復將 C'_{sx} 之修正值代入式(2.3.4a)、(2.3.4b)及(2.3.4c)，即可求出 α 、 β 與 θ 之推估值。

2.3 反轉換值推衍

2.3.1 點繪法

各模擬分布所對應之推估值 \hat{x}_i ，係利用點繪法求出與各資料點 x_i 對應之累積機率，再進行反求而得。於點繪法之選擇，本研究採用虞及黃（1992）利用隨機變數順序統計量之中位數所推求之無關機率分布點繪法公式（Distribution Free Plotting Position）：

$$P_i = \frac{i - 0.326}{n + 0.348} \quad (2.3.1)$$

其中， i ：水文資料之大小次序（ $i=1$ 時為最大）

n ：水文資料個數

以隨機變數順序統計量之均數與眾數所推求之點繪法公式，隨機率分布的不同而有所不同，然而以隨機變數順序統計量之中位數所推求之點繪法公式，則與機率分布無關，可適用於所有機率分布。

2.3.2 推衍方法

混合常態分布之反函數值較為複雜，根據下列步驟說明如下：

1. 分別依照不同狀況求出其參數 $\hat{\mu}_1$ 、 $\hat{\mu}_2$ 、 $\hat{\sigma}_1^2$ 、 $\hat{\sigma}_2^2$ 及 \hat{P} 以及資料本身之 \bar{x} 、 $\hat{\sigma}$ 。

2. 以資料之 $B = \bar{x} + 2.5\hat{\sigma}$ 為起始值，分別計算 $Z_j = \frac{B - \hat{\mu}_j}{\hat{\sigma}_j}$ ， $j=1,2$ 。
3. 將 Z_1 、 Z_2 經反轉換求得對應之標準常態分布之累積機率 a_1 及 a_2 。
4. 計算於 B 點之雙常態分布的累積機率值 $P' = \hat{P}a_1 + (1 - P)a_2$ 。
5. 若 $|P' - (1 - P_i)| < \varepsilon$ 則 $x_i = B$ （ P_i 表示所欲推求之反函數值所對應之超越機率，根據虞氏點繪法求得）。
6. 若 $|P' - (1 - P_i)| > \varepsilon$ 則 $B = B - \varepsilon l$ ，重回第 2 步驟直到 $|P' - (1 - P_i)| < \varepsilon$ （本研究 ε 值採用 0.0005， εl 值視情況改變）。

其中，起始值 $B = \bar{x} + 2.5\hat{\sigma}$ 視兩組成分布之離散程度做調整（離散程度大則 B 值亦須較大），並將疊代間距 εl 在兩分布重合區間加大，則有助於縮短程式運行時間。混合對數常態分布反轉換值之求法與對數常態分布類似，先對所有資料取對數，代入上述之推求流程求得反轉換值，再計算其反對數轉換即為所求。

2.4 機率分布之判斷與檢定方法

2.4.1 分布判斷準則與 F 檢定

分布判斷準則採用 MSE，其定義如下：

$$MSE = \frac{1}{n} \sum (\hat{x}_i - x_i)^2$$

其中， x_i ：第 i 個隨機變數值

\hat{x}_i ：第 i 個擬合機率分布之推估值

判斷 MSE 之差異是否達顯著，本研究採用 F 分配檢定，源於迴歸分析中對線性統計模式的檢定，方法如下：

full model : $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ (在此表示混合機率分布)

reduce model : $Y'_i = \beta_0 + \varepsilon_i$ (在此表示單一機率分布)

$H_0 : \beta_1 = 0$ (在此表示資料為單一機率分布)

$H_1 : \beta_1 \neq 0$ (在此表示資料為混合機率分布)

$$F^* = \frac{SSE(R) - SSE(F)}{df_R - df_F} \bigg/ \frac{SSE(F)}{df_R}$$

其中， $SSE = \sum (\hat{x}_i - x_i)^2 = MSE \times n$ ，誤差平方和 (error sum of square)

df_F : full model (混合機率分布) 之自由度

df_R : reduce model (單一機率分布) 之自由度

於 $SSE(F) \leq SSE(R)$ 時進行檢定，顯著水準 (Level of Significance) α ，
分子自由度 $df_R - df_F$ ，分母自由度 df_R ，決策法則 (拒絕 H_0 之條件) 為：

$$F^* > F_{1-\alpha, df_R - df_F, df_R}$$

2.4.2 混合機率分布群數判斷

以概似比率檢定 (Likelihood ratio test) 為混合機率分布之群數判斷，檢定方法如下：

$H_0 : g = g_1 = 1$ 表示資料為單一機率分布

$H_1 : g = g_2 = 2$ 表示資料為混合機率分布

$$-2 \log \lambda \sim \chi^2_v$$

其中， $-2 \log \lambda = -2 [L(g_1) - L(g_2)]$

$$L(g_k) = \sum_{i=1}^n \ln \left[\sum_{j=1}^{g_k} \hat{p}_j f(x_i, \hat{a}_j) \right], \quad g_k \text{ 群時之概似函數值, } k=1,2$$

χ_v^2 : 卡方 (chi-square) 分布, 自由度 $v = 2(m-1-d)$

\hat{p}_j : 第 j 群推估之權重因子

\hat{a}_j : 第 j 群推估之參數

c : $(n-2-\frac{1}{2}g_2)/n$

n : 資料個數

d : 單一機率分布之參數個數

m : 混合機率分布之參數個數

2.4.3 雙母體平均數檢定

兩不同常態母體平均數 μ_x 、 μ_y 之檢定, 本研究採兩母體變異數 σ_x^2 、 σ_y^2 為未知但相等時之檢定方法, 則共同變異數 σ^2 可以其不偏估計量 S_p^2 代之, 其中 n_x 、 n_y 分別為抽樣自兩母體之資料個數, \hat{S}_x^2 、 \hat{S}_y^2 分別為 σ_x^2 、 σ_y^2 之推估值:

$$S_p^2 = [(n_x - 1)\hat{S}_x^2 + (n_y - 1)\hat{S}_y^2] / (n_x + n_y - 2)$$

假設的建立與檢定統計量 T 如下所示, 其中 \bar{X} 、 \bar{Y} 分別為 μ_x 、 μ_y 之推估值:

$$H_0 : \mu_x - \mu_y = \delta_0$$

$$H_1 : \mu_x - \mu_y \neq \delta_0$$

$$T = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - (\mu_x - \mu_y)}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y}}}$$

透過自由度 $\nu = (n_x + n_y - 2)$ ，顯著水準 α 的 t 分配進行 $\mu_x - \mu_y$ 之雙尾檢定，拒絕 H_0 之條件為：

$$t = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - (\mu_x - \mu_y)}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y}}} = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - \delta_0}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y}}} \geq t_{1-\alpha/2, \nu} \quad \text{或} \quad \leq t_{\alpha/2, \nu}$$

2.4.4 雙母體變異數檢定

兩不同常態母體變異數 σ_x^2 、 σ_y^2 之檢定，透過分子自由度 $\nu_x = (n_x - 1)$ ，分母自由度 $\nu_y = (n_y - 1)$ ，顯著水準 α 的 F 分配進行之：

$$H_0 : \sigma_x^2 = \sigma_y^2$$

$$H_1 : \sigma_x^2 \neq \sigma_y^2$$

$$F = \hat{S}_x^2 / \hat{S}_y^2$$

拒絕 H_0 之條件為：

$$f = \hat{S}_x^2 / \hat{S}_y^2 \geq f_{1-\alpha/2, \nu_x, \nu_y} \quad \text{或} \quad \leq 1/f_{1-\alpha/2, \nu_x, \nu_y}$$

2.5 合成資料之產生

2.5.1 混合機率分布

以混合常態分布產生代表混合機率分布之合成資料，若總資料個數為 n ，則方法步驟如下（case3 為例，分布參數 p 、 μ_1 、 μ_2 、 σ_1^2 及 σ_2^2 ）：

1. $n_1 = (p \times n)$ ，為第一組成分布之資料個數。
2. $n_2 = (1-p) \times n$ ，為第二組成分布之資料個數。
3. 產生常態分布具平均值 μ_1 及變異數 σ_1^2 之隨機變數 x_1, x_2, \dots, x_{n_1} 。
4. 產生常態分布具平均值 μ_2 及變異數 σ_2^2 之隨機變數 $x_{n_1+1}, x_{n_1+2}, \dots, x_{n_1+n_2}$ 。
5. $n = n_1 + n_2$ ， $x_i, i=1, 2, \dots, n$ 即為所求。

為了解以混合機率分布擬合資料後所推得參數之變化，故加以考慮合成資料屬混合機率分布時之各種狀況。故，於組成分布所佔比例方面，變化權重因子 $p=0.1$ (0.1) 0.5。在 case1、case3 之組成分布間離散程度方面，以式 (2.5.1) 作為標準，分為三種狀況（考慮大於、等於及小於）做探討：

$$|\mu_2 - \mu_1| = 2(\sigma_1 + \sigma_2) \quad (2.5.1)$$

另，變化資料長度探討其影響，樣本大小取 $n=30$ (10) 100 (50) 150。故，計有 3 (case) \times 5 (p 值) \times 3 (離散程度) = 45 種情況，每一情況包含 9 種樣本大小，每一樣本大小均產生 100 組。

2.5.2 四種常用單一機率分布

共計產生常態分布 (NOR)、對數常態分布 (LN2)、極端值 (最大) I 型分布 (EV1) 及皮爾遜 III 型分布 (PT3) 等四種分布，利用 IMSL Library Subroutine DRNNOR、DRNLNL、DRNUM、DRNGAM 等，關於各分布之參數推估方法見 Kite (1977)。以樣本個數 $n=30$ (10) 100 (50) 150 產生每一分布之合成資料各 100 組。於探討擬合混合機率分布之參數特性時，並將資料長度加大 ($n=30$ (10) 300)，產生樣本組數增多至 1000 組。

2.6 研究方法

本研究利用單一及混合機率分布所產生之合成資料來模擬實測資料擬合之狀況，並分析判斷準則 MSE 配合 F 檢定、群數判斷概似比率檢定、雙母體平均值檢定及雙母體變異數檢定之判斷結果，以提出一適當之檢驗方法，用於混合機率分布與單一機率分布之判定。此外，並針對台灣地區之年一日、二日及三日最大暴雨量，探討所提方法之適用性。

據虞及章（1998）研究之結果，單一機率分布易被誤判為混合機率分布而導致其濫用，其中又以常態分布資料經群數判斷後改善最多，故與判斷準則之比較主要針對混合常態分布與常態分布所產生之資料，於參數檢定方面則考慮所有合成資料。

2.6.1 初步分析

實測資料之實際分布為未知，一般是以資料分別與擬合分布之設計水文量間的差異，來判定何者為最佳分布。即以大量水文站觀測值，與各種機率分布、參數推估法所推定之頻率曲線間，取 MSE 較小（即有最佳曲線配合）者為選擇標準。然，能密合大多數位於曲線尾端觀測值之分布，並不一定對曲線前端之水文量有較佳的擬合能力，最重要的是能夠掌握觀測值之統計特性。而以 MSE 判定何者為較適用之分布時，僅在於其值大小的比較；

MSEs1：資料擬合單一機率分布後之推估值與樣本值之 MSE

MSEs2：資料擬合混合機率分布後之推估值與樣本值之 MSE

若， $MSEs1 < MSEs2$ 則表示資料以單一機率分布擬合較接近樣本值

$MSEs1 > MSEs2$ 則表示資料以混合機率分布擬合較接近樣本值

於 MSE 值的比較上差異並不大時，在資料屬混合分布可能性不高與模式精簡的原則下，單一機率分布的採用並無不當，故加以 F 檢定判斷 MSE

之差異是否達顯著，使 MSE 之判斷更為客觀。

在混合機率分布之群數判斷上，雖可將特性明顯偏向混合機率分布（有顯著兩群）之資料篩選出，但若資料本身離散程度並不高時，反易判斷為單一機率分布，低估混合機率分布之群數（Böhning 等，1994）。故取不同長度與離散度之資料進行分析，以更加了解群數判斷準則概似比率檢定之適用範圍。

考慮由混合機率分布之參數及其檢定進行判斷，首先以單一機率分布資料擬合混合機率分布，觀察其參數特性，復利用參數檢定方法進行判斷。以擬合混合常態分布為例，則可得以下狀況時，表混合常態分布趨近於單一機率分布，資料應以單一機率分布模擬即可：

- (1) 擬合 case1 得兩組成分布之平均值 μ_1 、 μ_2 ，通過雙母體平均值 $\mu_1 = \mu_2$ 之檢定。
- (2) 擬合 case2 得兩組成分布之變異數 σ_1^2 、 σ_2^2 ，通過雙母體變異數 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ 之檢定。
- (3) 擬合 case3 得兩組成分布之平均值 μ_1 、 μ_2 ，變異數 σ_1^2 、 σ_2^2 ，通過雙母體平均值 $\mu_1 = \mu_2$ 與雙母體變異數 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ 之檢定。
- (4) 擬合混合常態分布得權重因子 p ，當 p 或 $(1-p)$ 極小（趨近於 0）時。

其中， p 或 $(1-p)$ 是否為極小，本研究將由合成資料之分析比較討論之。

2.6.2 本研究所提方法

將資料擬合混合機率分布（僅考慮 case1、case3、case4 及 case6），得權重因子 p 及平均值 μ_1 、 μ_2 ，則資料平均值 μ_x 與 μ_1 、 μ_2 之關係如式(2.6.2)所示（Day，1969）：

$$\mu_x = p\mu_1 + (1-p)\mu_2 \quad (2.6.2)$$

吾人所關注者為資料是否具有明顯混合機率分布之特性，今以分布之參數進行判斷，故針對 μ_1 、 μ_2 不相等以及 p 或 $(1-p)$ 無顯著趨近於 0 之情況做探討。無論資料所屬分布為混合機率分布或單一機率分布，由於 μ_x 為 μ_1 、 μ_2 之權重相加，則 μ_x 對 μ_1 、 μ_2 必存在差距。反之，若 μ_x 與 μ_1 、 μ_2 其中之一相近並通過雙母體平均值檢定，已知 p 或 $(1-p)$ 無顯著趨近於 0 ($\neq 0$)，由式(2.6.2)：

$$(1) \quad \mu_x = \mu_1$$

$$\mu_x = p\mu_1 + (1-p)\mu_2 \quad \text{移項} \Rightarrow \mu_x - p\mu_1 = (1-p)\mu_2$$

$$\geq \mu_x = \mu_1 \quad " \quad \mu_1 \text{ 以 } \mu_x \text{ 代入}$$

$$\Rightarrow \mu_x - p\mu_x = (1-p)\mu_x = (1-p)\mu_2 \quad \text{又, } (1-p) \neq 0$$

$$\Rightarrow \mu_x = \mu_2$$

$$(2) \quad \mu_x = \mu_2$$

$$\mu_x = p\mu_1 + (1-p)\mu_2 \quad \text{移項} \Rightarrow \mu_x - (1-p)\mu_2 = p\mu_1$$

$$\geq \mu_x = \mu_2 \quad " \quad \mu_2 \text{ 以 } \mu_x \text{ 代入}$$

$$\Rightarrow \mu_x - (1-p)\mu_x = \mu_x - \mu_x + p\mu_x = p\mu_1 \quad \text{又, } p \neq 0$$

$$\Rightarrow \mu_x = \mu_1$$

可知資料平均值 μ_x 與混合機率分布中兩組成分布之平均值 μ_1 、 μ_2 皆相等，資料以單一機率分布模擬即可。故本研究對 μ_x 、 μ_1 、 μ_2 進行 $\mu_x = \mu_1$ 與 $\mu_x = \mu_2$ 之雙母體平均值檢定，以為資料所屬為單一或混合機率分布之判別方法，本研究分析方法分析資料之步驟以流程圖說明之，如圖 2 所示。

第三章 本研究所採用之資料

本研究方法所採用之資料，計有合成資料及實測資料兩部份。合成資料又分單一機率分布與混合機率分布兩類，用於測試本研究所提之檢驗方法，實測資料則用以驗證本方法之有效性，並供實際應用時之參考，茲分述如下。

3.1 合成資料

3.1.1 單一機率分布

共計採用常態分布、對數常態分布、極端值 I 型分布以及皮爾遜 III 型分布等四種，樣本大小 $n=30(10)100(50)150$ ，每種樣本大小均產生 100 組，其基本統計特性如表 1 所示。

3.1.2 混合機率分布

採用混合常態分布 (case1、case2、case3) 產生，於組成分布考慮三種不同離散程度，權重因子 $p=0.1(0.1)0.5$ ，樣本大小 $n=30(10)100(50)150$ ，每種樣本大小產生 100 組，其基本統計特性如表 2 所示。

3.2 實測資料

本研究採用台灣地區資料記錄年至少 30 年之年一日、二日及三日最大暴雨量資料，依地域特性分為北、中、南、東等四區，其中北區 39 站、中區 86 站、南區 106 站、東區 19 站，全省共計 250 站，關於各站之基本資料如表 3 至表 6 所示。

第四章 結果與討論

4.1 合成資料

4.1.1 MSE 配合 F 檢定之判定

資料理論分布為常態分布，以及權重因子 $p=0.5$ 之中離散程度的混合常態分布（三種狀況，case1： $\mu_1 \neq \mu_2$ ， $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ；case2： $\mu_1 = \mu_2$ ， $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ ；case3： $\mu_1 \neq \mu_2$ ， $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ ），分別擬合常態分布與混合常態分布，以 MSE 配合 F 檢定作為機率分布之判斷法則，結果如表 7 至表 8 所示，分述如下：

當資料來自常態分布時，MSE 之判斷多為 case1、case3 之擬合效果較佳（即 $MSEs1 > MSEs2$ ），達 85%。若為選定最佳分布，則以選中 case3 居多（約 65%），選中常態分布與 case2 之組數均極少（約為 4%）。在 case2 與常態分布之比較上優劣組數各半，差異不大。加入 F 檢定後可將 MSE 無顯著差異之組數挑選出，但組數均不多，對於誤判情形無明顯改善。

當資料來自混合常態分布時，MSE 之判斷亦以 case1、case3 之擬合效果較佳，組數皆高達 99%；於 case1、case2 之資料時，常態分布優於 case2。選定最佳分布及次佳分布時，均選中 case1 及 case3（合計達 99%），選中常態分布與 case2 之組數均為 0。若為選定最佳分布，則資料為 case1 時選中 case1、case3 之組數各半；資料為 case3 時選中 case1 之組數降至 12%。

整體而言，資料長度對於 MSE 與 F 檢定之判定影響不大，無明顯趨勢。case1、case3 在 MSE 的判斷上皆顯著優於常態分布，case2 之判斷結果與常態分布相近。

4.1.2 混合機率分布群數判斷之判定

資料理論分布為常態分布，以及權重因子 $p=0.5$ 之三種不同離散程度（低、中、高）的混合常態分布（case1、case2、case3），分別擬合常態分布與混合常態分布，混合機率分布群數判斷概似比率檢定之判定結果，如表 9 所示。

在資料為常態分布時群數判斷正確率高，選中混合機率分布之組數均極少（約 3%），其中以擬合 case1 進行判定時選中組數較多。在資料為混合常態分布時判斷正確率受離散度影響，隨其降低而減低。當資料為 case1、case3，低離散度時，擬合 case3 選中混合機率分布之組數低於一半（約 40%），擬合 case1 選中混合機率分布之組數較多。當資料為 case2 時，則選中混合機率分布之組數偏低（約不到 10%）。值得注意的是，無論資料來自常態分布或混合常態分布，將資料擬合 case2 後進行群數判斷，則選中混合機率分布的組數皆近於 0。

結果顯示，在 1.資料為常態分布 2.資料為中、高離散度或 p 值接近 0.5 之混合機率分布的情況下，群數判斷準則較為準確。於資料擬合 case1 之狀況時群數判斷略微高估；於資料擬合 case2 之狀況時群數判斷皆為 1 群。於推估值之 MSE 判斷、群數判斷等方面，case2 皆相近於常態分布。又，其機率密度函數亦為單峰形態，故於混合機率分布之應用分析上應以使用 case1、case3 為主。

4.1.3 擬合混合機率分布之參數特性與其檢定

1. 資料來自四種單一機率分布

由各分布（NOR、LN2、EVI、PT3）產生樣本大小 $n=30$ （10）300 之

1000 組資料，擬合混合機率分布之六種狀況（case1、case2、case3、case4、case5、case6），結果分述如下：

a. 權重因子 p ：

圖 3、圖 4 為常態分布之資料擬合混合機率分布之權重因子 p 的 1000 組平均值。結果顯示擬合 case1、case3 之 p 在 0.7 上下，隨樣本之增加 case3 之 p 略減，case1 之 p 並無明顯變化；擬合 case2 之 p 於小樣本時超過 0.82，樣本大小達 100 後超過 0.9，之後隨樣本大小之增加增大至 0.93。擬合 case4、case5 之 p 於小樣本時皆超過 0.8，隨樣本之增加而增大至 0.92、0.88；擬合 case6 之 p 在 0.75 以上隨樣本增加而略增。

圖 5、圖 6 為對數常態分布之資料擬合混合機率分布之權重因子 p 的 1000 組平均值。結果顯示擬合 case1、case2 之 p 於小樣本時超過 0.77、0.81，隨樣本大小之增加而增大至 0.9、0.87；擬合 case3 之 p 在 0.76 以下隨樣本增加呈略減。擬合 case4、case6 之 p 在 0.71 與 0.75 上下，皆無明顯趨勢；擬合 case5 之 p 於小樣本時超過 0.82，樣本大小達 90 後超過 0.9，之後隨樣本大小之增加增大至 0.95。

圖 7、圖 8 為極端值 I 型分布之資料擬合混合機率分布之權重因子 p 的 1000 組平均值。結果顯示擬合 case1、case2 之 p 於小樣本時皆超過 0.8，隨樣本大小之增加增大至 0.9、0.85；擬合 case3 之 p 在 0.76 以下隨樣本增加呈略減。擬合 case6 之 p 在 0.77 上下無明顯趨勢；擬合 case4、case5 之 p 於小樣本時超過 0.72、0.82，隨樣本之增加增大至 0.82、0.94。

圖 9、圖 10 為皮爾遜 III 型分布之資料擬合混合機率分布之權重因子 p 的 1000 組平均值。結果顯示擬合 case1、case2 之 p 於小樣本時皆超過 0.8，隨樣本大小之增加 case1 之 p 增大至 0.89，case2 之 p 在 0.82 上下無明顯變化；擬合 case3 之 p 在小樣本時達 0.7，隨樣本增加下降至 0.64。擬合 case4、case5 之 p 於小樣本時超過 0.75、0.83，隨樣本大小

之增加而增大至 0.81、0.94；擬合 case6 之 p 在小樣本時達 0.71，隨樣本增加下降至 0.61。

另，由常態分布之資料觀察擬合混合常態分布所得之權重因子 p ，由圖 11 可知，擬合 case1 之 p 的推估較接近於 0.5 呈散亂，case3 之 p 的推估接近 0 與 1 兩端呈散亂，case2 之 p 的推估皆近於 0 且整體變異較小。

b. 平均值 μ_1 、 μ_2 與變異數 σ_1^2 、 σ_2^2 ，及其檢定：

四種單一機率分布樣本大小為 100 的資料各 100 組，分別擬合常態分布與混合常態分布中之 case1、case3，所推得平均值 μ_x 、 μ_1 、 μ_2 之關係如圖 12 至圖 15 所示；資料分別擬合常態分布中與混合常態分布之 case2、case3，所推得變異數 σ_x^2 、 σ_1^2 、 σ_2^2 之關係如圖 16 至圖 19 所示。由圖可知，資料擬合混合常態分布所得之變異數 σ_1^2 、 σ_2^2 與 σ_x^2 間並無一規則關係；平均值 μ_x 、 μ_1 、 μ_2 部份則發現， μ_1 、 μ_2 其一與 μ_x 較為接近，而 μ_1 、 μ_2 間存在差距。

檢定部份，case2、case3 之雙母體變異數檢定及 case1、case3 之雙母體平均值檢定如表 10 所示。當資料為常態分布時，擬合 case2 之變異數 σ_1^2 、 σ_2^2 通過 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ 檢定之組數偏高（約 64%），case3 也有約 24% 的組數通過檢定。case1、case3 兩者之平均值 μ_1 、 μ_2 通過 $\mu_1 = \mu_2$ 檢定之組數均低，可知 μ_1 、 μ_2 間存在顯著差距。

由以上結果歸納可得，當資料來自單一機率分布時，擬合混合常態分布所得之權重因子 p 有偏向極大（0.9）的趨勢，其中 case2 之 p 均在 0.8 以上；平均值 μ_1 、 μ_2 其一趨近於資料平均值 μ_x 。

2. 資料來自混合機率分布

以混合常態分布 (case1、case2、case3) 產生樣本大小為 100 之資料 100 組，其離散度分為低、中、高，權重因子 $p=0.1$ (0.1) 0.5，分析結果如下：

a. 權重因子 p ：

資料擬合混合常態分布推估所得之權重因子 p ，當資料來自 case1、case3 時，如圖 20 至圖 22、圖 23 至圖 25 所示。擬合 case1 之 p 變異性較低，擬合 case3 之 p 變異性較高，而兩者之 p 皆隨資料離散度的提高推估變異性減小；而擬合 case2 之 p 在組成分布權重低於 0.3 時，推估均接近於 0，大於 0.3 時則漸呈散亂。當資料來自 case2，如圖 26 至圖 28 所示，於中高離散度時，擬合 case1、case3 之 p 皆呈散亂。

b. 平均值 μ_1 、 μ_2 與變異數 σ_1^2 、 σ_2^2 之檢定：

資料分別擬合混合常態分布之 case1、case3，推得平均值 μ_1 、 μ_2 ；擬合 case2、case3，推得變異數 σ_1^2 、 σ_2^2 ；參數之檢定結果如表 10 所示。結果顯示，當資料為 case1 與 case3 時，當資料為低離散度時，擬合 case2 之 σ_1^2 、 σ_2^2 通過 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ 檢定之組數極高（約 95%），case3 則有約 50% 的組數通過檢定；擬合 case1、case3 之平均值 μ_1 、 μ_2 通過 $\mu_1 = \mu_2$ 檢定之組數均為 0。

當資料為 case2 時，由表 10 可知，當資料為低離散度時，擬合 case2 之 σ_1^2 、 σ_2^2 通過 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ 檢定之組數約 50%，擬合 case3 則有約 30% 的組數通過檢定；擬合 case1、case3 之平均值 $\mu_1 = \mu_2$ 檢定部份，case1 通過之組數仍極低（1%），case3 通過之組數增加至 26%。

由以上之結果歸納得，當資料來自混合機率分布時，權重因子 p 之推估準確率隨離散度的增大而上升，受資料長度影響不大；平均值 μ_1 、 μ_2 與 μ_x 三

者皆互有差距。整體而言，變異數 σ_1^2 、 σ_2^2 無存在明顯關係，平均值 μ_1 、 μ_2 有顯著之差距；case2 之資料分析結果與常態分布之結果相似。

4.1.4 本研究方法之判定

1. 單一機率分布

資料以四種單一機率分布產生，樣本大小為 30、40、50、100、150，每種樣本大小均產生 100 組，擬合混合機率分布之六種狀況（case1、case2、case3、case4、case5、case6），以本研究所提方法判定資料為單一機率分布亦或混合機率分布，並比較加入權重因子 p 之判斷時的差異，結果如表 11 至表 12 所示。

當資料以混合常態分布擬合比較時發現，於小樣本（50 以下）時資料判定為單一機率分布之組數將近 90%，隨樣本增大比例約略下降為 70%至 80%，其中又以 EV1 與 PT3 下降最多。當資料以混合對數常態分布擬合比較時發現，於小樣本（50 以下）時資料判定為單一機率分布之組數達 84%以上，隨樣本增大比例略為下降，於樣本大小 150 時 NOR 之資料判定為單一機率分布之組數為 78%，PT3 之資料則下降至 36%。單一機率分布之資料分析，判斷準確率隨樣本大小增加而略為下降。

2. 混合機率分布

以混合常態分布產生樣本大小為 30、50、100、150 之資料 100 組，其離散度分為低、中、高，擬合混合常態分布之六種狀況（case1、case2、case3、case4、case5、case6），權重因子採 $p=0.1$ 時之結果如表 13 至表 15 所示；權重因子採 $p=0.3$ 時之結果如表 16 至表 18 所示；權重因子採 $p=0.5$ 時之結果如表 19 至表 21 所示。

當資料以混合常態分布擬合比較，於樣本數 100，低離散度之情況：p 為 0.1 時，判定為單一機率分布之組數過高，於 case2、case3 之資料均有 78% 的組數，其中又以 case1 之資料高達 95% 以上；p 為 0.3 時，判定為單一機率分布之組數大幅下降，其中又以 case1 之資料僅約 8%，case3 之資料為 29%，但 case2 之資料卻上升至 92%；p 為 0.5 時，判定為單一機率分布之組數 case1 之資料僅餘 2%，case3 之資料僅 8%，但 case2 之資料卻上升至 97%。擬合混合對數常態分布時之比較則判定為單一機率分布之組數皆為較多。

整體而言，於擬合混合對數常態分布時判定正確率較低。判定為單一機率分布之組數隨以下三情況時而減少：（1）離散度之提高（2）p 之接近 0.5（3）樣本大小增大。其中 case2 之判定結果與 case1、case3 相反，亦即隨上述三情況判定為單一機率分布之組數增高。混合機率分布受其資料離散度、樣本大小及權重因子等影響，結果差異頗大。

4.2 實測資料

據合成資料之分析結果，權重因子 p 是否極大（或極小）之判斷以及擬合 case1 之平均值 $\mu_1 = \mu_2$ 檢定，對判斷結果並無影響。以圖 2 之檢驗流程進行實測資料之分析，結果如表 22 所示。

虞及章（1998）於實測資料之分析結果顯示，考慮混合機率分布 case1 及 case3 時，於北部地區年二日、三日最大暴雨，中部地區年一日、二日最大暴雨，南部地區年一日、二日、三日最大暴雨選中最佳分布為混合機率分布的比例最高；分析其次佳機率分布時則均以皮爾遜 III 型分布所佔比例最高，且多落於小樣本。然，其於合成資料之分析上亦顯示，資料為皮爾遜 III 型分布之小樣本時，發生誤判為混合機率分布的比例偏高。可知實測資料之分析結果判定混合機率分布較適用，亦可能為誤判之結果。

本研究結果由表 22 可知，除北部地區年一日最大暴雨與混合對數常態

分布之比較上，判定為單一機率分布之比例較低（78%）外，其餘北、中、南、東四區之年一日、二日及三日暴雨與混合機率分布之判定，結果為單一機率分布之比例均極高（88%以上）。故，以本研究之結果相驗證，年一日、二日及三日最大暴雨資料之所屬仍應為單一機率分布，非混合機率分布。

第五章 結論

1.合成資料

- (1) 在 MSE 之判斷部份，混合常態分布之 case1 與 case3 優於常態分布的比例相當高，檢定亦多達顯著，誤判率達 85% 以上。
- (2) 本研究所提之檢驗方法僅須針對平均值 μ_x 對 μ_1 、 μ_2 分別做檢定，權重因子 p 是否極大（或極小）之判斷以及擬合 case1 之 $\mu_1 = \mu_2$ 的檢定皆不須考慮，並不影響判定的結果。
- (3) 四種單一機率分布合成資料分析部份，本研究所提之檢驗方法，在小樣本（50 以下）之情況均能有 85% 以上之精確度。於大樣本（100 以上）時，僅在皮爾遜 III 型分布之資料擬合混合對數常態分布的情況下，判定為單一機率分布之比例偏低（50%），其餘亦均有 70% 以上之精確度。針對混合機率分布群數判斷 Likelihood ratio test，於極端值 I 型及小樣本之皮爾遜 III 型資料分析時，誤判比例偏高的現象，可以本法作一改善。過去常因資料長度過小而誤判其特性為混合機率分布，據研究之結果，本法可適用於小樣本之資料。
- (4) 混合機率分布之合成資料分析部份，於大樣本（100 以上）之低離散度資料時亦能有 90% 以上之精確度。隨樣本數或權重因子 p 之減小誤判比例增高，但若資料離散度高，則誤判比例隨之減小。
- (5) 資料於長度不足時，易造成機率紙上呈現反曲或 S 型的現象，本研究方法於資料為小樣本時之判定多為單一機率分布，且隨樣本大小之增加而減少。以混合機率分布之資料視之，尚屬合理；由單一機率分布之資料來看，樣本數的增加其統計特性應更為明顯，而判定為單一機率分布之比例下降，實乃因資料數增加，其特性易有所偏離，而本研究方法對於資料特性之敏感度極高，故於大樣本時判定

為單一機率分布之比例略降。

2.實測資料

應用於台灣地區年一日、二日及三日最大暴雨資料之結果顯示，其於資料之分析時應以單一機率分布較為適用。

參考文獻

1. 林國峰、郭振泰、涂秀錦，「混合機率分布對流量適用性之研究」，第四屆水利工程研討會，p.39-54，民國 77 年 5 月。
2. 林國峰、李世偉，「混合對數皮爾遜第三型機率分布模式之建立及應用」，碩士論文，民國 77 年。
3. 虞國興，「台灣水文頻率分析之規範標準研究--年一日、二日及三日最大暴雨量」，農業工程學報，第 36 卷，第二期，pp.56-79，民國 79 年 6 月。
4. 虞國興、黃志強，「無關機率點繪法公式」，台灣水利，第 40 卷，第三期，pp.22-33，民國 81 年 9 月。
5. 虞國興、章翔萍，「混合機率分布於水文頻率分析適用性之研究」，台灣水利，第 46 卷，第四期，pp.42-51，民國 87 年 12 月。
6. Aitkin, M. and Tunnicliffe Wilson, G. (1980), "Mixture Models, Outliers and the EM Alogrithm", Technometrics, Vol. 22, 325-332.
7. Atwood, L. D., Wilson, A. F., Bailey-Wilson, J. E., Carruth, J. N. and Elston, R. C. (1996), "On the Distribution of the Likelihood Ratio Test Statistic for A Mixture of Two Normal Distributions", Commun. Statist.-Simula., 25(3). 741-747
8. Böhning, D., Dietz, E., Schaub, R., Schlattmann, P. and Lindsay, B. G. (1994), "The Distribution of the Likelihood Ratio for Mixture of Densities form the One-parameter Exponential Family", Annals of the Institute of Statistical Mathematics, 46, 2, 373-388.
9. Canavos, G. C. (1984), Applied Probability and Statistical Methods, chapter 8, Virginia Commonwealth University.
10. Chang, W. C. (1976), "The Effects of Adding A Variable in Dissecting A Mixture of Two Normal Populations with A Common Covariance Matrix",

Biometrika, 63, 3, 676-678.

- 11 · Day, N. E. (1969), "Estimating the Components of A Mixture of Normal Distributions", Biometrika, 56, 3, 463-473.
- 12 · Deb, P. and Trivedi, P. K. (1997), "Demand for Medical Care by the Elderly : A Finite Mixture Approach", Journal of Applied Econometrics, Vol. 12, 316-336.
- 13 · Dempster, A. P., Laird, N. M. and Rubin, D. B. (1977), "Maximum Likelihood from Incomplete Data via the EM Algorithm (with Disussion)", J. Roy. Statist. Soc., B, Vol. 39, 1-38.
- 14 · Evritt, B. S. and Hand, D. J. (1981), Finite Mixture Distributions, chapter 2, London: Chapman and Hall.
- 15 · Gutierrez, R. G., Carroll, R.J., Wang, N., Lee, G. H. and Taylor, B. H. (1995), "Analysis of Tomato Root Initiation Using a Normal Mixture Distribution", Biometric, 51, 1461-1468.
- 16 · Kite, G. W. (1977), Frequency and Risk Analyses in Hydrology, Water Resour. Publications.
- 17 · Netter, J., Kutner, M. H., Nachtsheim, C. J., Wasserman, W. (1989), Applied Linear Regression Models, Richard, D., Irwin, III., chapter2, 78-80.
- 18 · Peter, F. and Titterington, D. M. (1997), "Parameter Estimation for Finite Mixtures of Uniform Distributions", Commun. Statist.–Theory Meth., 26(8), 1981-1995.
- 19 · Rossi, F., Fiorentino, M. and Versace, P.(1984), "Two-Component Extreme Value Distribution for Flood Frequency Analysis ", Water Resour. Res. Vol. 20, No. 7, 847-856.
- 20 · Shen, P. S. and Lin, Y.L. (1998), "Nonparametric Testing Under Mixture Models", Journal of the Chinese Statistical Association, Vol. 36, No. 2.
- 21 · Singh, K.P. and Sinclair, R.A. (1972), "Two-Distribution Method for

- Flood-Frequency Analysis ", J. of the Hydr. Div., ASCE, 98(HYI), 29-44.
- 22 · Thode, H. C., Finch, S. J. and Mendell, N. R. (1989), "Test for Mixture of Two Normals", Biometrics, 45, No. 4, 1331-1332.
- 23 · Waylen, P. and Woo, M. K. (1982), "Prediction of Annual Floods Generated by Mixed Processes ", Water Resour. Res., 18(4), 1283-1286.

表 1 單一機率分布合成資料之基本統計特性表

分布	平均值	標準偏差	偏態係數	樣本數(各 100 組)
NOR	100	25	-----	30,50,70,90,100,150
LN2	100	25	-----	30,50,70,90,100,150
EV1	100	25	-----	30,50,70,90,100,150
PT3	100	25	1.5	30,50,70,90,100,150

表 2 混合機率分布合成資料之基本統計特性表

分布	離散度	組成分布	權重因子 p	樣本數(各 100 組)
case1	低	$\mu_1=100, \mu_2=160, \sigma_1^2=400=\sigma_2^2$	0.1~0.5	30,50,70,90,100,150
	中	$\mu_1=100, \mu_2=180, \sigma_1^2=400=\sigma_2^2$		
	高	$\mu_1=100, \mu_2=200, \sigma_1^2=400=\sigma_2^2$		
case2	低	$\mu_1=100, \sigma_1^2=100, \sigma_2^2=900$	0.1~0.5	30,50,70,90,100,150
	中	$\mu_1=100, \sigma_1^2=225, \sigma_2^2=900$		
	高	$\mu_1=100, \sigma_1^2=400, \sigma_2^2=900$		
case3	低	$\mu_1=100, \mu_2=180, \sigma_1^2=400, \sigma_2^2=900$	0.1~0.5	30,50,70,90,100,150
	中	$\mu_1=100, \mu_2=200, \sigma_1^2=400, \sigma_2^2=900$		
	高	$\mu_1=100, \mu_2=220, \sigma_1^2=400, \sigma_2^2=900$		

註：低離散度表 $|\mu_2 - \mu_1| < 2(\sigma_1 + \sigma_2)$ 。

中離散度表 $|\mu_2 - \mu_1| = 2(\sigma_1 + \sigma_2)$ 。

高離散度表 $|\mu_2 - \mu_1| > 2(\sigma_1 + \sigma_2)$ 。

表3 北部地區各站基本資料表

編號	測站	流域名稱	站名	標高(m)	起訖年限	資料長度 (年)
1	013P001	磺溪-淡水河	富貴角	15.00	1959-1994	36
2	030P001	淡水河	鎮西堡	1630.00	1955-1994	40
3	030P005	淡水河	鞍部(1)	1450.00	1958-1994	37
4	030P012	淡水河	巴陵	1220.00	1956-1994	39
5	030P015	淡水河	高義	620.00	1955-1994	40
6	030P022	淡水河	石門(2)	255.00	1947-1994	48
7	030P024	淡水河	大溪(1)	118.00	1951-1994	44
8	030P027	淡水河	缺子	125.00	1939-1994	56
9	030P030	淡水河	三峽	33.00	1958-1994	37
10	030P034	淡水河	海山	8.00	1963-1994	32
11	030P035	淡水河	新莊	9.00	1954-1994	41
12	030P038	淡水河	孝義(1)	215.00	1951-1994	44
13	030P055	淡水河	粗坑	57.00	1951-1994	44
14	030P065	淡水河	台北(1)	8.00	1897-1994	98
15	030P080	淡水河	竹子湖(1)	600.00	1947-1994	48
16	030P081	淡水河		836.00	1949-1994	46
17	030P083	淡水河	淡水(1)	19.00	1950-1994	45
18	030P093	淡水河	十一分	235.00	1958-1994	37
19	030P106	淡水河	五堵	16.00	1963-1994	32
20	050P008	南崁溪	坑子口	100.00	1964-1994	31
21	057P003	南崁溪-老街溪	大竹	70.00	1945-1994	50
22	057P002	南崁溪-老街溪	大園	24.00	1940-1994	55
23	070P010	老街溪	水尾	101.00	1927-1994	68
24	079P003	老街溪-社子溪	新坡	70.00	1926-1994	69
25	079P006	老街溪-社子溪	大崙	100.00	1925-1990	66
26	079P001	老街溪-社子溪	觀音(1)	25.00	1949-1994	46
27	090P004	社子溪	永安	30.00	1927-1994	68
28	091P001	社子溪-鳳山溪	湖口(1)	106.00	1953-1993	41
29	130P003	頭前溪	大園南	940.00	1950-1994	45
30	130P012	頭前溪	新竹(1)	33.00	1938-1990	53
31	157P002	客雅溪-中港溪	大埔	40.00	1959-1994	36
32	160P001	蘇澳溪	蘇澳(1)	6.00	1958-1994	37
33	100P008	蘭陽溪	土場(1)	400.00	1959-1994	36
34	100P011	蘭陽溪	池端(2)	1150.00	1965-1994	30
35	100P012	蘭陽溪	梵梵(2)	300.00	1956-1994	39
36	100P013	蘭陽溪	圓山進水口	246.00	1960-1991	32
37	100P020	蘭陽溪	三間	10.80	1948-1994	47
38	100P026	蘭陽溪	宜蘭(2)	7.00	1945-1994	50
39	012P001	磺溪-雙溪	基隆(1)	3.00	1947-1994	48

表4 中部地區各站基本資料表

編號	測站	流域名稱	站名	標高(m)	起訖年限	資料長度 (年)
1	170P003	中港溪	南庄(1)	215.00	1964-1994	31
2	170P006	中港溪	珊瑚湖	45.00	1952-1994	43
3	190P002	後龍溪	橫龍山	550.00	1955-1994	40
4	230P013	大安溪	日南	64.00	1936-1994	59
5	235P002	大安溪-大甲溪	磁璫	146.20	1950-1994	45
6	235P003	大安溪-大甲溪	大甲	45.00	1947-1994	48
7	250P006	大甲溪	達見(1)	1513.00	1954-1991	38
8	250P017	大甲溪	天輪(1)	610.00	1960-1990	31
9	250P018	大甲溪	白冷(1)	620.00	1963-1994	32
10	250P020	大甲溪	新伯公	400.00	1955-1994	40
11	250P022	大甲溪	大南(1)	470.00	1957-1991	35
12	250P024	大甲溪	七星	230.00	1965-1994	30
13	250P028	大甲溪	月眉(2)	199.00	1936-1993	58
14	250P052	大甲溪	大南(2)	510.00	1963-1994	32
15	270P006	烏溪	國姓(2)	290.00	1949-1994	46
16	270P012	烏溪	埔里(1)	442.00	1947-1994	48
17	270P013	烏溪	埔里(2)	447.00	1947-1990	44
18	270P023	烏溪	土城	187.00	1944-1994	51
19	270P029	烏溪	同源(1)	162.00	1961-1994	34
20	270P042	烏溪	台中(1)	83.80	1927-1994	68
21	270P047	烏溪	聚興	170.00	1951-1994	44
22	270P048	烏溪	豐原(1)	210.00	1956-1994	39
23	270P052	烏溪	林厝	160.00	1944-1994	51
24	270P053	烏溪	水堀頭	150.00	1946-1990	45
25	270P054	烏溪	山子腳	88.00	1949-1990	42
26	270P057	烏溪	大肚(1)	9.00	1948-1994	47
27	270P059	烏溪	魚池(2)	650.00	1955-1994	40
28	270P069	烏溪	同源(2)	95.00	1944-1994	51
29	270P074	烏溪	芬園	110.00	1960-1994	35
30	279P040	烏溪-濁水溪	安東	12.00	1960-1994	35
31	279P059	烏溪-濁水溪	鹿港(2)	6.90	1963-1994	32
32	279P061	烏溪-濁水溪	大村	14.20	1960-1994	35
33	279P031	烏溪-濁水溪	田中(1)	47.00	1946-1994	49
34	279P037	烏溪-濁水溪	埔鹽	12.00	1965-1994	30
35	279P051	烏溪-濁水溪	埔心	20.00	1960-1994	35
36	279P018	烏溪-濁水溪	溪州(1)	33.00	1948-1994	47
37	279P026	烏溪-濁水溪	萬興(1)	18.80	1947-1994	48

續表4 中部地區各站基本資料表

編號	測站	流域名稱	站名	標高(m)	起訖年限	資料長度 (年)
38	279P028	烏溪-濁水溪	溪湖(1)	8.00	1956-1994	39
39	279P034	烏溪-濁水溪	永靖	30.00	1948-1994	47
40	279P050	烏溪-濁水溪	田尾	32.00	1958-1994	37
41	279P014	烏溪-濁水溪	后寮	11.00	1952-1994	43
42	279P015	烏溪-濁水溪	路上(2)	8.00	1952-1994	43
43	290P014	濁水溪	萬大(3)	890.00	1951-1994	44
44	290P029	濁水溪	玉山	3850.00	1952-1994	43
45	290P030	濁水溪	東埔	1100.00	1951-1994	44
46	290P040	濁水溪	日月潭	1015.00	1946-1994	49
47	290P043	濁水溪	鉅工電所	276.00	1951-1991	41
48	290P045	濁水溪	集集(1)	234.00	1947-1994	48
49	290P046	濁水溪	集集(2)	215.00	1951-1994	44
50	290P048	濁水溪	溪頭	1150.00	1950-1993	44
51	290P053	濁水溪	竹山(2)	156.00	1950-1994	45
52	290P055	濁水溪	阿里山(2)	2406.00	1934-1994	61
53	290P065	濁水溪	鼻子(二水)	111.00	1922-1994	73
54	290P067	濁水溪	下水埔	56.00	1953-1994	42
55	290P068	濁水溪	麻園(1)	45.35	1947-1994	48
56	290P072	濁水溪	西螺(1)	35.00	1965-1994	30
57	290P073	濁水溪	大義	23.00	1948-1994	47
58	290P079	濁水溪	桶頭(2)	232.00	1960-1994	35
59	290P080	濁水溪	西螺(2)	39.00	1958-1994	37
60	291P001	濁水溪-新虎尾溪	湳子	22.64	1942-1994	53
61	291P006	濁水溪-新虎尾溪	豐榮(1)	10.60	1942-1994	53
62	291P009	濁水溪-新虎尾溪	後安寮	3.89	1961-1994	34
63	313P016	新虎尾溪-北港溪	土庫(2)	18.80	1948-1994	47
64	313P029	新虎尾溪-北港溪	三合	22.70	1948-1994	47
65	313P030	新虎尾溪-北港溪	虎尾	24.00	1948-1994	47
66	313P033	新虎尾溪-北港溪	東屯	19.90	1942-1994	47
67	313P035	新虎尾溪-北港溪	埔姜	4.50	1942-1994	47
68	313P037	新虎尾溪-北港溪	東勢(1)	7.90	1942-1994	47
69	313P001	新虎尾溪-北港溪	水林(1)	6.90	1960-1994	35
70	313P011	新虎尾溪-北港溪	頂彎	6.95	1932-1994	63
71	313P020	新虎尾溪-北港溪	元長(1)	12.00	1932-1994	63
72	313P021	新虎尾溪-北港溪	五塊	8.60	1932-1994	63
73	313P026	新虎尾溪-北港溪	飛沙	5.30	1932-1994	63
74	313P051	新虎尾溪-北港溪	海豐	7.20	1962-1994	33

續表4 中部地區各站基本資料表

編號	測站	流域名稱	站名	標高(m)	起訖年限	資料長度 (年)
75	330P004	北港溪	梅林	94.40	1954-1994	41
76	330P008	北港溪	竹園子(1)	55.00	1960-1994	35
77	330P012	北港溪	斗六(2)	55.50	1948-1994	47
78	330P013	北港溪	惠來	34.40	1948-1994	47
79	330P021	北港溪	古坑(1)	80.00	1945-1994	50
80	330P027	北港溪	斗南(1)	33.30	1960-1994	35
81	330P029	北港溪	虎尾(2)	22.30	1942-1994	53
82	330P031	北港溪	大埔美(2)	65.00	1962-1992	31
83	330P035	北港溪	大埤(1)	23.38	1947-1994	48
84	330P037	北港溪	大林(1)	30.70	1945-1994	50
85	330P043	北港溪	鹿寮	15.30	1961-1994	34
86	330P058	北港溪	萬松	4.70	1932-1994	63

表5 南部地區各站基本資料表

編號	測站	流域名稱	站名	標高(m)	起訖年限	資料長度 (年)
1	335P006	北港溪-朴子溪	月眉	16.60	1945-1994	50
2	335P008	北港溪-朴子溪	新港(1)	12.86	1945-1994	50
3	335P009	北港溪-朴子溪	大客	11.70	1945-1994	50
4	350P012	朴子溪	港崁	3.50	1963-1994	32
5	350P014	朴子溪	中島	18.80	1954-1994	41
6	350P020	朴子溪	蒜頭(2)	10.00	1956-1994	39
7	350P021	朴子溪	後潭	16.71	1951-1992	42
8	350P032	朴子溪	馬棚後	8.50	1944-1990	47
9	357P002	朴子溪-八掌溪	岸內場	7.60	1947-1994	48
10	357P010	朴子溪-八掌溪	前東港(景山)	2.90	1946-1994	49
11	370P002	八掌溪	大湖山	725.00	1953-1994	42
12	370P017	八掌溪	南靖	18.00	1952-1994	43
13	370P019	八掌溪	後壁	21.10	1949-1994	46
14	370P027	八掌溪	仕安	12.50	1945-1994	50
15	370P028	八掌溪	義竹(2)	7.40	1947-1990	44
16	370P033	八掌溪	鹿寮溪	69.20	1940-1994	55
17	390P002	急水溪	白河(2)	33.95	1953-1994	42
18	390P004	急水溪	白河(5)	43.00	1947-1994	48
19	390P006	急水溪	烏林(2)	25.58	1950-1994	45
20	390P009	急水溪	安溪	19.70	1956-1994	39
21	390P011	急水溪	西口	84.48	1951-1994	44
22	390P016	急水溪	重溪	21.20	1932-1994	63
23	390P022	急水溪	柳營(1)	12.20	1932-1994	63
24	390P033	急水溪	歡雅	6.66	1932-1994	63
25	390P037	急水溪	鹽水(2)	6.36	1948-1994	47
26	390P040	急水溪	尖山埤	70.00	1948-1994	47
27	390P044	急水溪	北寮	360.00	1958-1994	37
28	390P049	急水溪	東河	26.20	1960-1994	35
29	391P039	急水溪-曾文溪	舊田	2.00	1922-1994	73
30	391P001	急水溪-曾文溪	分岐	30.74	1932-1994	63
31	391P003	急水溪-曾文溪	隆田(1)	19.10	1948-1994	47
32	391P008	急水溪-曾文溪	中營	6.10	1936-1994	59
33	391P010	急水溪-曾文溪	下營(1)	6.63	1940-1994	55
34	391P011	急水溪-曾文溪	大屯	6.10	1932-1994	63
35	391P013	急水溪-曾文溪	麻豆(總爺)	12.00	1954-1994	41
36	391P021	急水溪-曾文溪	子龍	6.45	1947-1994	48
37	391P022	急水溪-曾文溪	佳里(2)	5.70	1932-1994	63

續表5 南部地區各站基本資料表

編號	測站	流域名稱	站名	標高(m)	起訖年限	資料長度 (年)
38	391P035	急水溪-曾文溪	將軍(1)	4.70	1927-1994	68
39	391P029	急水溪-曾文溪	樹子腳	1.50	1962-1994	33
40	391P030	急水溪-曾文溪	鹽埕	2.00	1944-1994	51
41	391P031	急水溪-曾文溪	七股	2.35	1932-1994	63
42	410P006	曾文溪	東口	97.87	1951-1994	44
43	410P012	曾文溪	玉井(2)	54.00	1960-1990	31
44	410P017	曾文溪	二溪	40.00	1960-1994	35
45	410P026	曾文溪	茄拔(2)	20.20	1943-1994	52
46	410P028	曾文溪	烏山頭	60.25	1932-1994	63
47	410P030	曾文溪	麻豆	9.40	1947-1994	48
48	413P014	曾文溪-鹽水溪	安定(1)	6.60	1932-1994	63
49	413P026	曾文溪-鹽水溪	善化(2)	6.56	1961-1994	34
50	413P002	曾文溪-鹽水溪	善化	14.10	1939-1994	56
51	413P004	曾文溪-鹽水溪	豐華	3.00	1947-1994	48
52	413P013	曾文溪-鹽水溪	安南	3.00	1942-1994	53
53	413P021	曾文溪-鹽水溪	鹽田	1.50	1946-1994	49
54	430P003	鹽水溪	新市(1)	18.00	1932-1994	63
55	430P009	鹽水溪	新化(2)	11.00	1933-1994	62
56	430P011	鹽水溪	關廟(2)	36.00	1943-1994	52
57	430P014	鹽水溪	歸仁(1)	23.00	1950-1994	45
58	430P015	鹽水溪	媽祖廟	15.00	1952-1991	40
59	430P022	鹽水溪	台南(1)	13.00	1897-1994	98
60	430P026	鹽水溪	台南(3)	31.00	1960-1994	35
61	450P001	二仁溪	木柵	78.00	1953-1994	42
62	450P003	二仁溪	古亭坑	80.00	1953-1994	42
63	450P012	二仁溪	南沙崙	29.00	1953-1994	42
64	450P014	二仁溪	文賢	12.00	1951-1994	44
65	450P015	二仁溪	仁德(車路墘)	10.00	1941-1994	54
66	457P002	二仁溪-岡山溪	路竹	16.00	1953-1994	42
67	470P001	岡山溪	金山	76.00	1957-1994	38
68	470P014	岡山溪	阿蓮(3)	21.00	1962-1994	33
69	470P015	岡山溪	竹子腳	39.00	1940-1994	55
70	479P002	岡山溪-高雄川	楠梓	15.00	1931-1994	64
71	490P001	高雄川	鳥松	15.00	1945-1994	50
72	490P002	高雄川	鳳山	15.00	1947-1994	48
73	490P003	高雄川	舊城	10.00	1931-1994	64
74	490P005	高雄川	高雄(1)	2.40	1946-1994	49
75	510P012	高屏溪	六龜(1)	253.00	1938-1994	57

續表5 南部地區各站基本資料表

編號	測站	流域名稱	站名	標高(m)	起訖年限	資料長度 (年)
76	510P020	高屏溪	高樹(1)	85.60	1947-1994	48
77	510P021	高屏溪	古夏	144.00	1954-1994	41
78	510P036	高屏溪	甲仙(2)	352.00	1952-1994	43
79	510P038	高屏溪	月眉(1)	132.14	1958-1994	37
80	510P039	高屏溪	月眉(2)	130.00	1931-1994	64
81	510P042	高屏溪	中壇	40.00	1956-1994	39
82	510P043	高屏溪	竹子門	70.00	1947-1994	48
83	510P047	高屏溪	旗尾(3)	44.30	1950-1994	45
84	510P048	高屏溪	旗山(1)	46.00	1946-1994	49
85	510P055	高屏溪	里港(1)	37.60	1925-1994	70
86	510P060	高屏溪	屏東(5)	32.00	1949-1990	42
87	510P062	高屏溪	屏東(1)	24.00	1911-1990	80
88	510P067	高屏溪	九曲堂	25.00	1947-1994	48
89	510P069	高屏溪	大寮(1)	13.00	1944-1994	51
90	510P081	高屏溪	美濃(2)	103.00	1960-1994	35
91	510P086	高屏溪	吉祥	55.00	1960-1994	35
92	510P107	高屏溪	旗山(4)	64.00	1961-1994	34
93	530P001	東港溪	隘寮(1)	154.00	1947-1994	48
94	530P006	東港溪	內埔(1)	15.20	1959-1994	36
95	530P007	東港溪	赤山(2)	30.00	1952-1994	43
96	530P015	東港溪	潮州(1)	15.90	1953-1994	42
97	530P019	東港溪	萬丹(1)	14.40	1949-1994	46
98	530P022	東港溪	南岸	44.00	1952-1994	43
99	530P025	東港溪	構內	9.00	1948-1994	47
100	550P010	林邊溪	來義(4)	120.00	1958-1994	37
101	557P001	林邊溪-率芒溪	新開	38.10	1955-1994	40
102	557P002	林邊溪-率芒溪	大響營	69.20	1955-1994	40
103	579P003	率芒溪-枋山溪	加祿堂	5.30	1955-1994	40
104	630P001	四重溪	牡丹	320.00	1951-1994	44
105	630P002	四重溪	石門	87.00	1962-1994	33
106	650P001	保力溪	恆春(1)	22.00	1897-1994	98

表6 東部地區各站基本資料表

編號	測站	流域名稱	站名	標高(m)	起訖年限	資料長度 (年)
1	546P002	大武溪-港口溪	大武(2)	7.60	1940-1994	55
2	420P002	太平溪	利嘉	60.00	1959-1994	36
3	400P021	卑南溪	台東(1)	9.00	1901-1994	94
4	400P029	卑南溪	瑞源	185.00	1961-1994	34
5	368P001	富家溪-馬武溪	新港	33.00	1941-1994	54
6	346P003	秀姑巒溪-富家溪	樟原(1)	120.00	1957-1994	38
7	340P003	秀姑巒溪	池上(2)	270.00	1952-1994	43
8	340P024	秀姑巒溪	立山	182.00	1961-1994	34
9	340P030	秀姑巒溪	富里(2)	218.00	1961-1994	34
10	300P001	花蓮溪	大富(1)	180.00	1962-1994	33
11	300P003	花蓮溪	大農	190.00	1952-1994	43
12	300P011	花蓮溪	鳳林(1)	118.00	1952-1994	43
13	300P017	花蓮溪	平和	49.00	1960-1994	35
14	300P029	花蓮溪	水簾	425.00	1952-1994	43
15	300P032	花蓮溪	銅門	165.00	1953-1994	42
16	300P035	花蓮溪	壽豐(2)	36.00	1959-1994	36
17	246P001	三棧溪-美崙溪	北埔	23.00	1959-1994	36
18	220P005	立霧溪	達美多	430.00	1960-1994	35
19	220P011	立霧溪	洛韶	1364.00	1965-1994	30

表 7 MSE 配合 F 檢定之分析結果 (資料為常態分布)

樣本(n)	擬合分布	NOR	Case 1	case 2	Case 3
30	最佳分布	6	25	4	65
	次佳分布	9	62	7	22
	MSEs1 > MSEs2	-	80	56	87
	通過 F 檢定	-	77	35	82
50	最佳分布	4	24	6	66
	次佳分布	5	64	3	28
	MSEs1 > MSEs2	-	84	48	90
	通過 F 檢定	-	78	35	82
70	最佳分布	3	32	2	63
	次佳分布	3	56	1	40
	MSEs1 > MSEs2	-	85	52	88
	通過 F 檢定	-	80	26	81
100	最佳分布	1	26	1	72
	次佳分布	8	60	12	20
	MSEs1 > MSEs2	-	88	48	92
	通過 F 檢定	-	83	22	90

註：1. 每種樣本大小產生 100 組。

2. MSEs1：資料擬合單一機率分布後之推估值與樣本值之 MSE。

MSEs2：資料擬合混合機率分布後之推估值與樣本值之 MSE。

3. F 檢定之顯著水準 $\alpha = 0.05$ 。

表 8 MSE 配合 F 檢定之分析結果 (資料為混合常態分布, $p=0.5$)

離散度	資料分布	擬合分布	NOR	case 1	Case 2	Case 3
中 離 散 度	case 1	最佳分布	0	45	0	55
		次佳分布	0	52	0	47
		MSEs1 > MSEs2	-	98	7	99
		通過 F 檢定	-	90	0	92
	case 2	最佳分布	0	31	0	68
		次佳分布	0	62	0	38
		MSEs1 > MSEs2	-	99	22	98
		通過 F 檢定	-	99	0	98
	case 3	最佳分布	0	12	0	88
		次佳分布	0	88	0	12
		MSEs1 > MSEs2	-	100	50	100
		通過 F 檢定	-	100	0	100

表 9 混合機率分布群數判斷結果

資料分布 及其離散度		樣本大小 (n)	擬合狀況		
			擬合 case 1	擬合 case 2	擬合 case 3
NOR		30	0	0	0
		50	1	0	0
		100	6	2	4
case 1 之 離 散 度	低	100	48	0	42
	中		57	0	36
	高		73	2	66
case 2 之 離 散 度	低	100	7	4	6
	中		10	8	8
	高		12	6	9
case 3 之 離 散 度	低	100	63	0	40
	中		70	0	43
	高		85	1	52

註：權重因子 $p=0.5$ 。

表 10 各分布之資料擬合混合常態分布之參數檢定結果

參數之檢定 資料分布		$\mu_1 = \mu_2$		$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$	
		擬合 case 1	擬合 case 3	擬合 case 2	擬合 case 3
NOR		4	16	64	20
LN2		1	13	52	24
EV1		1	7	51	12
PT3		2	6	47	14
低 離散度	case 1	0	0	100	44
	case 2	0	5	66	22
	case 3	0	0	96	43
中 離散度	case 1	0	0	98	57
	case 2	0	2	68	30
	case 3	0	0	94	55
高 離散度	case 1	0	0	97	51
	case 2	0	0	54	36
	case 3	0	0	92	48

註：1. 參數檢定之顯著水準 $\alpha = 0.01$ 。

2. 各分布之資料樣本大小為 100，產生 100 組。

3. 混合常態分布（case 1、case2、case3）之權重因子 $p=0.5$ 。

表 11 本研究方法之判定(資料為單一機率分布，與混合常態分布比較)

資料分布 判斷條件	考慮權重判斷				不加入權重判斷			
	NOR	LN2	EV1	PT3	NOR	LN2	EV1	PT3
N=30								
case 3 $P \leq 0.1$ or ≥ 0.9	4	13	12	13	-	-	-	-
case 3 : $\mu_x = \mu_1$	47	62	57	67	51	75	69	80
case 3 : $\mu_x = \mu_2$	37	14	20	12	37	14	20	12
case 1 $P \leq 0.1$ or ≥ 0.9	0	0	0	0	-	-	-	-
case 1 : $\mu_1 = \mu_2$	0	0	0	0	0	0	0	0
case 1 : $\mu_x = \mu_1$	1	2	0	4	1	2	0	4
case 1 : $\mu_x = \mu_2$	2	0	0	0	2	0	0	0
100組判定為單分布組數	91	91	89	96	91	91	89	96
無法推估之組數	7	6	9	4	同 左			
N=40								
case 3 $P \leq 0.1$ or ≥ 0.9	18	15	26	4	-	-	-	-
case 3 : $\mu_x = \mu_1$	47	48	47	46	60	63	73	50
case 3 : $\mu_x = \mu_2$	20	23	16	25	25	23	16	25
case 1 $P \leq 0.1$ or ≥ 0.9	0	0	0	0	-	-	-	-
case 1 : $\mu_1 = \mu_2$	0	0	0	0	0	0	0	0
case 1 : $\mu_x = \mu_1$	1	4	4	17	1	4	4	17
case 1 : $\mu_x = \mu_2$	1	0	0	0	1	0	0	0
100組判定為單分布組數	87	90	93	92	87	90	93	92
無法推估之組數	5	7	4	3	同 左			
N=50								
case 3 $P \leq 0.1$ or ≥ 0.9	16	19	16	10	-	-	-	-
case 3 : $\mu_x = \mu_1$	52	40	45	29	56	58	61	39
case 3 : $\mu_x = \mu_2$	14	18	16	19	26	19	16	19
case 1 $P \leq 0.1$ or ≥ 0.9	0	0	1	2	-	-	-	-
case 1 : $\mu_1 = \mu_2$	0	0	0	0	0	0	0	0
case 1 : $\mu_x = \mu_1$	3	8	11	25	3	8	12	27
case 1 : $\mu_x = \mu_2$	2	0	0	0	2	0	0	0
100組判定為單分布組數	87	85	90	85	87	85	89	85
無法推估之組數	5	7	3	0	同 左			

續表 11 本研究方法之判定(資料為單一機率分布，與混合常態分布比較)

資料分布 判斷條件	考慮權重判斷				不加入權重判斷			
	NOR	LN2	EV1	PT3	NOR	LN2	EV1	PT3
N=100								
case 3 $P \leq 0.1$ or ≥ 0.9	20	21	14	1	-	-	-	-
case 3 : $\mu_x = \mu_1$	32	14	21	4	45	34	35	5
case 3 : $\mu_x = \mu_2$	13	9	9	4	20	10	9	4
case 1 $P \leq 0.1$ or ≥ 0.9	1	4	8	31	-	-	-	-
case 1 : $\mu_1 = \mu_2$	0	0	0	0	0	0	0	0
case 1 : $\mu_x = \mu_1$	1	23	26	31	1	27	34	62
case 1 : $\mu_x = \mu_2$	9	0	0	0	10	0	0	0
100組判定為單分布組數	76	71	78	71	76	71	78	71
無法推估之組數	1	2	1	0	同左			
N=150								
case 3 $P \leq 0.1$ or ≥ 0.9	17	21	12	2	-	-	-	-
case 3 : $\mu_x = \mu_1$	34	14	13	2	41	34	25	4
case 3 : $\mu_x = \mu_2$	12	7	1	0	22	8	1	0
case 1 $P \leq 0.1$ or ≥ 0.9	0	11	22	44	-	-	-	-
case 1 : $\mu_1 = \mu_2$	0	0	0	0	0	0	0	0
case 1 : $\mu_x = \mu_1$	4	19	15	14	4	30	37	58
case 1 : $\mu_x = \mu_2$	5	0	0	0	5	0	0	0
100組判定為單分布組數	72	72	63	62	72	72	63	62
無法推估之組數	0	2	0	0	同左			

註：參數檢定之顯著水準 $\alpha = 0.01$ 。

表 12 本研究方法之判定(資料為單一機率分布，與混合對數常態分布比較)

資料分布 判斷條件	考慮權重判斷				不加入權重判斷			
	NOR	LN2	EV1	PT3	NOR	LN2	EV1	PT3
N=30								
case 3 $P \leq 0.1$ or ≥ 0.9	6	7	9	13	-	-	-	-
case 3 : $\mu_x = \mu_1$	45	56	52	54	49	62	61	67
case 3 : $\mu_x = \mu_2$	33	28	29	22	35	29	29	22
case 1 $P \leq 0.1$ or ≥ 0.9	0	0	0	0	-	-	-	-
case 1 : $\mu_1 = \mu_2$	0	0	0	0	0	0	0	0
case 1 : $\mu_x = \mu_1$	1	0	1	4	1	0	1	4
case 1 : $\mu_x = \mu_2$	1	0	0	0	1	0	0	0
100組判定為單分布組數	86	91	91	93	86	91	91	93
無法推估之組數	12	5	5	5	同 左			
N=40								
case 3 $P \leq 0.1$ or ≥ 0.9	19	12	17	7	-	-	-	-
case 3 : $\mu_x = \mu_1$	35	53	52	39	39	61	68	46
case 3 : $\mu_x = \mu_2$	27	23	19	25	42	27	20	25
case 1 $P \leq 0.1$ or ≥ 0.9	0	0	0	0	-	-	-	-
case 1 : $\mu_1 = \mu_2$	0	0	0	0	0	0	0	0
case 1 : $\mu_x = \mu_1$	0	2	1	12	0	2	1	12
case 1 : $\mu_x = \mu_2$	4	1	0	0	4	1	0	0
100組判定為單分布組數	85	91	89	83	85	91	89	83
無法推估之組數	13	5	5	3	同 左			
N=50								
case 3 $P \leq 0.1$ or ≥ 0.9	24	13	20	9	-	-	-	-
case 3 : $\mu_x = \mu_1$	26	53	45	21	29	89	61	30
case 3 : $\mu_x = \mu_2$	31	16	16	33	52	23	20	33
case 1 $P \leq 0.1$ or ≥ 0.9	0	0	0	0	-	-	-	-
case 1 : $\mu_1 = \mu_2$	0	0	0	0	0	0	0	0
case 1 : $\mu_x = \mu_1$	0	2	3	21	0	2	3	21
case 1 : $\mu_x = \mu_2$	3	0	1	0	3	0	1	0
100組判定為單分布組數	84	84	85	84	84	84	85	84
無法推估之組數	10	7	3	0	同 左			

續表 12 本研究方法之判定(資料為單一機率分布,與混合對數常態分布比較)

資料分布 判斷條件	考慮權重判斷				不加入權重判斷			
	NOR	LN2	EV1	PT3	NOR	LN2	EV1	PT3
N=100								
case 3 $P \leq 0.1$ or ≥ 0.9	28	20	21	1	-	-	-	-
case 3 : $\mu_x = \mu_1$	17	34	37	4	19	44	56	5
case 3 : $\mu_x = \mu_2$	28	10	7	9	54	20	9	9
case 1 $P \leq 0.1$ or ≥ 0.9	9	1	0	4	-	-	-	-
case 1 : $\mu_1 = \mu_2$	0	0	0	0	0	0	0	0
case 1 : $\mu_x = \mu_1$	0	6	3	19	0	7	3	23
case 1 : $\mu_x = \mu_2$	13	2	1	0	22	2	1	0
100組判定為單分布組數	95	73	69	37	95	73	69	37
無法推估之組數	1	2	2	0	同左			
N=150								
case 3 $P \leq 0.1$ or ≥ 0.9	34	21	18	2	-	-	-	-
case 3 : $\mu_x = \mu_1$	5	29	27	2	5	40	43	4
case 3 : $\mu_x = \mu_2$	14	10	9	4	53	20	11	4
case 1 $P \leq 0.1$ or ≥ 0.9	16	0	3	14	-	-	-	-
case 1 : $\mu_1 = \mu_2$	0	0	0	0	0	0	0	0
case 1 : $\mu_x = \mu_1$	0	3	11	14	0	3	14	28
case 1 : $\mu_x = \mu_2$	4	6	0	0	20	6	0	0
100組判定為單分布組數	73	69	68	4	78	69	68	36
無法推估之組數	0	1	1	0	同左			

表 13 本研究方法之判定(混合常態分布之資料，低離散度， $p=0.1$)

資料分布 判斷條件	與混合常態分布比較			與混合對數常態分布比較		
	case 1	case 2	case 3	case 1	case 2	case 3
N=30						
case 3、6 : $\mu_x = \mu_1$	53	71	58	39	41	34
case 3、6 : $\mu_x = \mu_2$	39	18	39	52	41	59
case 1、4 : $\mu_x = \mu_1$	0	0	0	0	0	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_2$	1	1	1	1	2	0
100組判定為單分布組數	93	90	98	92	84	93
無法推估之組數	5	9	2	8	16	7
N=50						
case 3、6 : $\mu_x = \mu_1$	18	65	38	5	23	14
case 3、6 : $\mu_x = \mu_2$	74	21	51	91	62	78
case 1、4 : $\mu_x = \mu_1$	0	1	0	0	0	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_2$	4	0	4	3	2	6
100組判定為單分布組數	96	87	93	99	87	98
無法推估之組數	3	4	2	1	10	1
N=100						
case 3、6 : $\mu_x = \mu_1$	15	58	28	0	7	1
case 3、6 : $\mu_x = \mu_2$	72	22	52	66	59	41
case 1、4 : $\mu_x = \mu_1$	0	1	1	0	0	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_2$	10	2	5	33	24	45
100組判定為單分布組數	97	83	86	99	90	87
無法推估之組數	0	4	0	0	3	0
N=150						
case 3、6 : $\mu_x = \mu_1$	11	60	11	0	1	0
case 3、6 : $\mu_x = \mu_2$	57	19	51	24	51	5
case 1、4 : $\mu_x = \mu_1$	0	5	0	0	0	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_2$	20	5	5	60	30	32
100組判定為單分布組數	88	89	67	84	82	37
無法推估之組數	0	0	0	0	2	0

註： 1. 資料擬合混合常態分布時對 case 1、case 3 進行檢定。

資料擬合混合常態分布時對 case 4、case 6 進行檢定。

2. 參數檢定之顯著水準 $\alpha = 0.01$ 。

表 14 本研究方法之判定(混合常態分布之資料，中離散度， $p=0.1$)

資料分布 判斷條件	與混合常態分布比較			與混合對數常態分布比較		
	case 1	case 2	case 3	case 1	case 2	case 3
N=30						
case 3、6 : $\mu_x = \mu_1$	28	73	46	21	38	17
case 3、6 : $\mu_x = \mu_2$	70	17	53	77	41	83
case 1、4 : $\mu_x = \mu_1$	0	0	0	0	0	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_2$	0	2	0	0	2	0
100組判定為單分布組數	98	92	99	98	81	100
無法推估之組數	2	7	1	2	19	0
N=50						
case 3、6 : $\mu_x = \mu_1$	14	56	32	1	23	10
case 3、6 : $\mu_x = \mu_2$	85	28	65	97	58	85
case 1、4 : $\mu_x = \mu_1$	0	1	0	0	0	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_2$	1	0	3	2	4	5
100組判定為單分布組數	100	85	100	100	85	100
無法推估之組數	0	5	0	0	11	0
N=100						
case 3、6 : $\mu_x = \mu_1$	2	52	22	0	9	0
case 3、6 : $\mu_x = \mu_2$	92	22	67	58	56	37
case 1、4 : $\mu_x = \mu_1$	0	1	0	0	0	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_2$	6	3	8	40	25	49
100組判定為單分布組數	100	78	97	98	90	86
無法推估之組數	0	4	0	0	4	0
N=150						
case 3、6 : $\mu_x = \mu_1$	1	50	2	0	0	0
case 3、6 : $\mu_x = \mu_2$	48	21	54	3	49	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_1$	0	5	0	0	0	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_2$	18	1	4	33	33	15
100組判定為單分布組數	67	77	60	36	82	15
無法推估之組數	0	0	0	0	3	0

表 15 本研究方法之判定(混合常態分布之資料，高離散度， $p=0.1$)

資料分布 判斷條件	與混合常態分布比較			與混合對數常態分布比較		
	case 1	case 2	case 3	case 1	case 2	case 3
N=30						
case 3、6 : $\mu_x = \mu_1$	16	73	29	5	42	11
case 3、6 : $\mu_x = \mu_2$	83	16	71	95	41	89
case 1、4 : $\mu_x = \mu_1$	0	0	0	0	0	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_2$	0	1	0	0	2	0
100組判定為單分布組數	99	90	100	100	85	100
無法推估之組數	1	8	0	0	15	0
N=50						
case 3、6 : $\mu_x = \mu_1$	7	51	22	0	25	2
case 3、6 : $\mu_x = \mu_2$	92	29	77	99	57	97
case 1、4 : $\mu_x = \mu_1$	0	1	0	0	0	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_2$	1	1	1	1	5	1
100組判定為單分布組數	100	82	100	100	87	100
無法推估之組數	0	7	0	0	8	0
N=100						
case 3、6 : $\mu_x = \mu_1$	0	52	6	0	12	0
case 3、6 : $\mu_x = \mu_2$	93	21	88	22	50	36
case 1、4 : $\mu_x = \mu_1$	0	0	0	0	0	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_2$	7	3	5	55	28	45
100組判定為單分布組數	100	76	99	77	90	81
無法推估之組數	0	2	0	0	4	0
N=150						
case 3、6 : $\mu_x = \mu_1$	0	43	0	0	3	0
case 3、6 : $\mu_x = \mu_2$	8	23	41	0	48	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_1$	0	4	0	0	0	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_2$	0	2	0	1	32	1
100組判定為單分布組數	8	72	41	1	83	1
無法推估之組數	0	0	0	0	2	0

表 16 本研究方法之判定(混合常態分布之資料，低離散度， $p=0.3$)

判斷條件	資料分布	與混合常態分布比較			與混合對數常態分布比較		
		case 1	case 2	case 3	case 1	case 2	case 3
N=30							
case 3、6 : $\mu_x = \mu_1$	13	75	12	27	45	22	
case 3、6 : $\mu_x = \mu_2$	67	22	72	48	48	38	
case 1、4 : $\mu_x = \mu_1$	0	0	0	0	0	0	
case 1、4 : $\mu_x = \mu_2$	11	0	2	19	0	21	
100組判定為單分布組數	91	97	86	94	93	81	
無法推估之組數	0	3	0	0	7	0	
N=50							
case 3、6 : $\mu_x = \mu_1$	7	74	3	8	36	9	
case 3、6 : $\mu_x = \mu_2$	31	20	37	12	54	8	
case 1、4 : $\mu_x = \mu_1$	0	0	0	0	0	0	
case 1、4 : $\mu_x = \mu_2$	4	1	0	30	1	12	
100組判定為單分布組數	42	95	40	50	91	29	
無法推估之組數	0	5	0	0	9	0	
N=100							
case 3、6 : $\mu_x = \mu_1$	1	87	0	1	27	0	
case 3、6 : $\mu_x = \mu_2$	8	8	7	1	63	0	
case 1、4 : $\mu_x = \mu_1$	0	1	0	0	0	0	
case 1、4 : $\mu_x = \mu_2$	0	0	0	12	7	2	
100組判定為單分布組數	9	96	7	14	97	2	
無法推估之組數	0	3	0	0	3	0	
N=150							
case 3、6 : $\mu_x = \mu_1$	0	95	0	0	15	0	
case 3、6 : $\mu_x = \mu_2$	1	4	2	0	61	0	
case 1、4 : $\mu_x = \mu_1$	0	0	0	0	0	0	
case 1、4 : $\mu_x = \mu_2$	0	0	0	3	19	1	
100組判定為單分布組數	1	99	2	3	95	1	
無法推估之組數	0	1	0	0	3	0	

註：1. 資料擬合混合常態分布時對 case 1、case 3 進行檢定。

資料擬合混合常態分布時對 case 4、case 6 進行檢定。

2. 參數檢定之顯著水準 $\alpha = 0.01$ 。

表 17 本研究方法之判定(混合常態分布之資料，中離散度， $p=0.3$)

判斷條件 \ 資料分布	與混合常態分布比較			與混合對數常態分布比較		
	case 1	case 2	case 3	case 1	case 2	case 3
N=30						
case 3、6 : $\mu_x = \mu_1$	2	74	3	14	48	8
case 3、6 : $\mu_x = \mu_2$	63	21	69	44	44	37
case 1、4 : $\mu_x = \mu_1$	0	0	0	0	0	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_2$	19	0	8	26	0	26
100組判定為單分布組數	84	95	80	84	92	71
無法推估之組數	0	4	0	0	8	0
N=50						
case 3、6 : $\mu_x = \mu_1$	0	69	0	1	28	2
case 3、6 : $\mu_x = \mu_2$	4	23	19	1	57	1
case 1、4 : $\mu_x = \mu_1$	0	1	0	0	0	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_2$	0	1	0	11	3	2
100組判定為單分布組數	4	94	19	13	88	5
無法推估之組數	0	4	0	0	11	0
N=100						
case 3、6 : $\mu_x = \mu_1$	0	70	0	0	17	0
case 3、6 : $\mu_x = \mu_2$	0	16	0	0	68	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_1$	0	2	0	0	0	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_2$	0	2	0	1	8	0
100組判定為單分布組數	0	90	0	1	93	0
無法推估之組數	0	8	0	0	6	0
N=150						
case 3、6 : $\mu_x = \mu_1$	0	78	0	0	7	0
case 3、6 : $\mu_x = \mu_2$	0	13	0	0	63	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_1$	0	3	0	0	0	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_2$	0	4	0	0	22	0
100組判定為單分布組數	0	98	0	0	92	0
無法推估之組數	0	2	0	0	5	0

表 18 本研究方法之判定(混合常態分布之資料，高離散度， $p=0.3$)

判斷條件 \ 資料分布	與混合常態分布比較			與混合對數常態分布比較		
	case 1	case 2	case 3	case 1	case 2	case 3
N=30						
case 3、6 : $\mu_x = \mu_1$	0	69	0	1	46	2
case 3、6 : $\mu_x = \mu_2$	39	25	62	22	49	28
case 1、4 : $\mu_x = \mu_1$	0	0	0	0	0	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_2$	17	0	8	34	1	30
100組判定為單分布組數	56	94	70	57	96	60
無法推估之組數	0	5	0	0	4	0
N=50						
case 3、6 : $\mu_x = \mu_1$	0	66	0	0	29	0
case 3、6 : $\mu_x = \mu_2$	0	23	2	0	51	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_1$	0	1	0	0	0	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_2$	0	1	0	1	7	0
100組判定為單分布組數	0	91	2	1	87	0
無法推估之組數	0	3	0	0	12	0
N=100						
case 3、6 : $\mu_x = \mu_1$	0	59	0	0	12	0
case 3、6 : $\mu_x = \mu_2$	0	18	0	0	61	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_1$	0	3	0	0	0	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_2$	0	1	0	0	15	0
100組判定為單分布組數	0	81	0	0	88	0
無法推估之組數	0	9	0	0	5	0
N=150						
case 3、6 : $\mu_x = \mu_1$	0	61	0	0	4	0
case 3、6 : $\mu_x = \mu_2$	0	18	0	0	58	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_1$	0	2	0	0	0	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_2$	0	3	0	0	24	0
100組判定為單分布組數	0	84	0	0	86	0
無法推估之組數	0	2	0	0	6	0

表 19 本研究方法之判定(混合常態分布之資料，低離散度， $p=0.5$)

資料分布 判斷條件	與混合常態分布比較			與混合對數常態分布比較		
	case 1	case 2	case 3	case 1	case 2	case 3
N=30						
case 3、6 : $\mu_x = \mu_1$	30	81	21	53	66	46
case 3、6 : $\mu_x = \mu_2$	20	12	13	11	26	2
case 1、4 : $\mu_x = \mu_1$	0	1	1	0	0	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_2$	0	0	0	4	0	0
100組判定為單分布組數	50	94	35	68	92	48
無法推估之組數	0	6	0	1	8	1
N=50						
case 3、6 : $\mu_x = \mu_1$	8	91	5	31	60	20
case 3、6 : $\mu_x = \mu_2$	7	4	11	2	32	1
case 1、4 : $\mu_x = \mu_1$	0	0	1	0	0	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_2$	0	1	0	1	0	0
100組判定為單分布組數	15	95	17	34	92	21
無法推估之組數	0	4	0	0	6	1
N=100						
case 3、6 : $\mu_x = \mu_1$	0	93	0	10	53	6
case 3、6 : $\mu_x = \mu_2$	0	4	0	0	43	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_1$	0	1	0	0	0	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_2$	0	0	0	3	1	0
100組判定為單分布組數	0	98	0	13	97	6
無法推估之組數	0	2	0	0	3	0
N=150						
case 3、6 : $\mu_x = \mu_1$	0	100	0	0	47	2
case 3、6 : $\mu_x = \mu_2$	0	0	0	0	48	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_1$	0	0	0	0	0	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_2$	0	0	0	3	5	2
100組判定為單分布組數	0	100	0	3	100	4
無法推估之組數	0	0	0	0	0	0

註： 1. 資料擬合混合常態分布時對 case 1、case 3 進行檢定。

資料擬合混合常態分布時對 case 4、case 6 進行檢定。

2. 參數檢定之顯著水準 $\alpha = 0.01$ 。

表 20 本研究方法之判定(混合常態分布之資料，中離散度， $p=0.5$)

判斷條件 \ 資料分布	與混合常態分布比較			與混合對數常態分布比較		
	case 1	case 2	case 3	case 1	case 2	case 3
N=30						
case 3、6 : $\mu_x = \mu_1$	7	80	6	40	59	31
case 3、6 : $\mu_x = \mu_2$	4	14	3	0	30	2
case 1、4 : $\mu_x = \mu_1$	0	0	0	0	0	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_2$	0	0	0	1	0	0
100組判定為單分布組數	11	94	9	41	89	33
無法推估之組數	0	6	0	0	11	0
N=50						
case 3、6 : $\mu_x = \mu_1$	0	72	1	8	37	5
case 3、6 : $\mu_x = \mu_2$	0	16	1	0	47	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_1$	0	1	0	0	0	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_2$	0	0	0	1	2	0
100組判定為單分布組數	0	89	2	9	86	5
無法推估之組數	0	10	0	0	11	0
N=100						
case 3、6 : $\mu_x = \mu_1$	0	81	0	0	20	0
case 3、6 : $\mu_x = \mu_2$	0	15	0	0	65	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_1$	0	0	0	0	0	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_2$	0	0	0	0	7	0
100組判定為單分布組數	0	96	0	0	92	0
無法推估之組數	0	2	0	0	7	0
N=150						
case 3、6 : $\mu_x = \mu_1$	0	92	0	0	11	0
case 3、6 : $\mu_x = \mu_2$	0	4	0	0	79	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_1$	0	3	0	0	0	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_2$	0	0	0	0	8	0
100組判定為單分布組數	0	99	0	0	0	0
無法推估之組數	0	0	0	0	1	0

表 21 本研究方法之判定(混合常態分布之資料，高離散度， $p=0.5$)

資料分布 判斷條件	與混合常態分布比較			與混合對數常態分布比較		
	case 1	case 2	case 3	case 1	case 2	case 3
N=30						
case 3、6 : $\mu_x = \mu_1$	0	77	0	12	53	10
case 3、6 : $\mu_x = \mu_2$	0	15	3	0	37	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_1$	0	0	0	0	0	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_2$	0	0	0	0	0	0
100組判定為單分布組數	0	92	3	12	90	10
無法推估之組數	0	7	0	0	10	0
N=50						
case 3、6 : $\mu_x = \mu_1$	0	60	0	0	30	1
case 3、6 : $\mu_x = \mu_2$	0	20	0	0	55	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_1$	0	1	0	0	0	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_2$	0	0	0	0	3	0
100組判定為單分布組數	0	81	0	0	88	1
無法推估之組數	0	12	0	0	8	0
N=100						
case 3、6 : $\mu_x = \mu_1$	0	60	0	0	10	0
case 3、6 : $\mu_x = \mu_2$	0	13	0	0	64	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_1$	0	2	0	0	0	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_2$	0	3	0	0	13	0
100組判定為單分布組數	0	78	0	0	87	0
無法推估之組數	0	4	0	0	4	0
N=150						
case 3、6 : $\mu_x = \mu_1$	0	65	0	0	1	0
case 3、6 : $\mu_x = \mu_2$	0	16	0	0	65	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_1$	0	1	0	0	0	0
case 1、4 : $\mu_x = \mu_2$	0	0	0	0	24	0
100組判定為單分布組數	0	82	0	0	90	0
無法推估之組數	0	1	0	0	2	0

表 22 全省各區年一日、二日及三日最大暴雨資料判定結果

		與混合常態分布比較			與混合對數常態分布比較		
		一日	二日	三日	一日	二日	三日
北 區 39 站	case 3 : $\mu_x = \mu_1$	27	31	29	17	21	25
	case 3 : $\mu_x = \mu_2$	4	3	4	11	13	10
	case 1 : $\mu_1 = \mu_2$	0	0	0	0	0	0
	case 1 : $\mu_x = \mu_1$	5	2	3	0	1	0
	case 1 : $\mu_x = \mu_2$	0	0	0	0	0	0
	判定為單分布站數	36	36	36	28	35	35
	無法推估之站數	0	2	2	3	1	2
中 區 86 站	case 3 : $\mu_x = \mu_1$	54	60	61	51	59	57
	case 3 : $\mu_x = \mu_2$	14	7	9	20	18	18
	case 1 : $\mu_1 = \mu_2$	0	0	0	0	0	0
	case 1 : $\mu_x = \mu_1$	13	13	10	2	2	1
	case 1 : $\mu_x = \mu_2$	0	0	0	1	0	1
	判定為單分布站數	81	80	80	74	79	77
	無法推估之站數	2	4	4	3	2	5
南 區 106 站	case 3 : $\mu_x = \mu_1$	65	74	77	71	62	66
	case 3 : $\mu_x = \mu_2$	15	12	16	23	33	24
	case 1 : $\mu_1 = \mu_2$	0	0	0	0	0	0
	case 1 : $\mu_x = \mu_1$	15	11	10	0	0	0
	case 1 : $\mu_x = \mu_2$	0	0	0	1	1	3
	判定為單分布站數	95	97	103	95	96	93
	無法推估之站數	5	4	1	4	6	7
東 區 19 站	case 3 : $\mu_x = \mu_1$	12	7	10	8	9	8
	case 3 : $\mu_x = \mu_2$	6	7	8	9	7	9
	case 1 : $\mu_1 = \mu_2$	0	0	0	0	0	0
	case 1 : $\mu_x = \mu_1$	1	1	1	1	0	0
	case 1 : $\mu_x = \mu_2$	0	0	0	0	2	0
	判定為單分布站數	19	15	19	18	18	17
	無法推估之站數	0	2	0	0	0	0

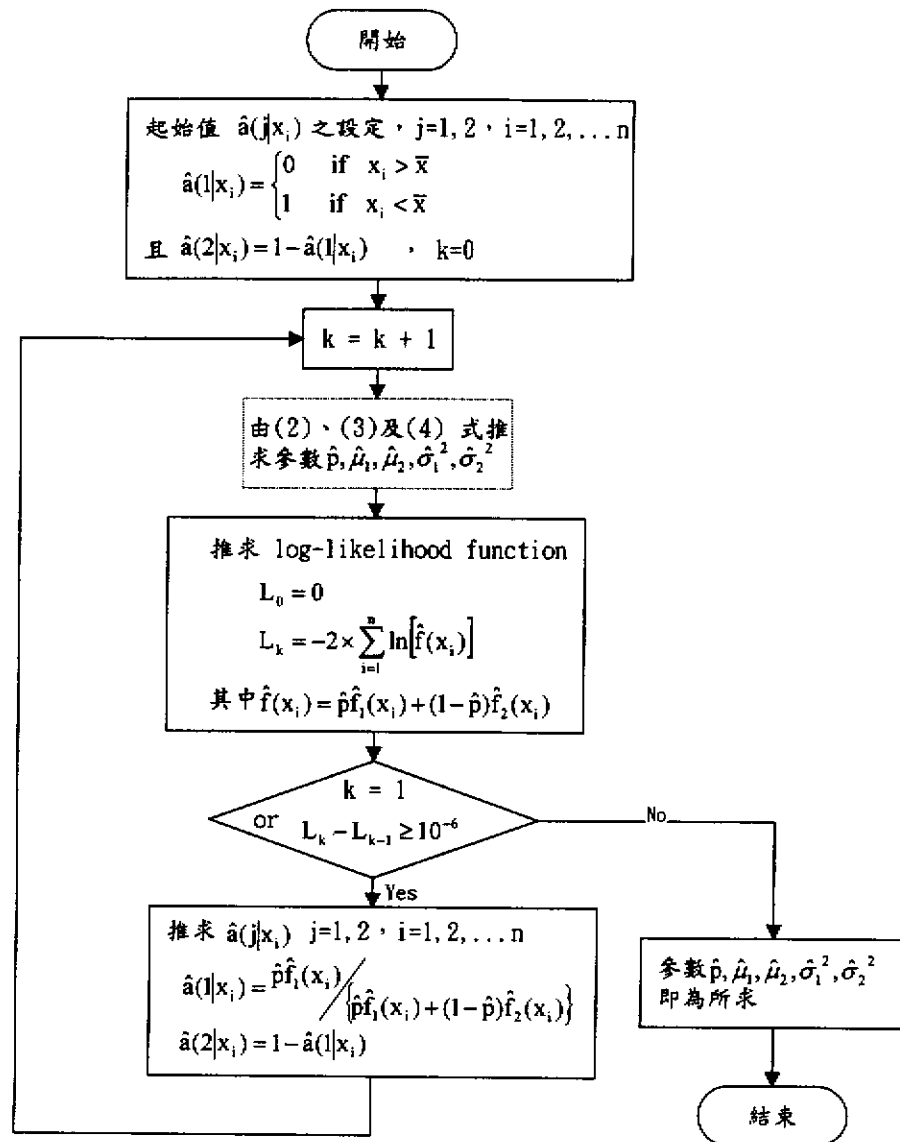


圖 1 混合常態分布參數推估之流程圖 (以 case1 為例)

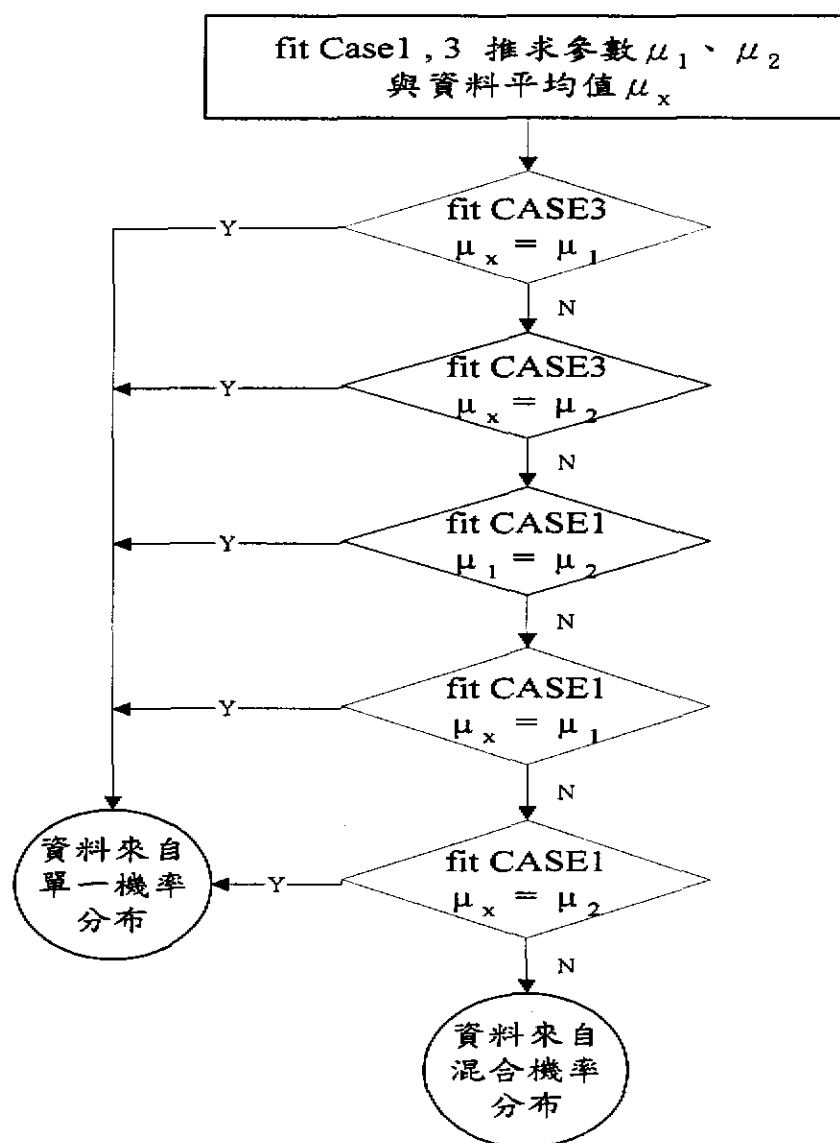


圖 2 本研究所提檢驗方法之流程圖

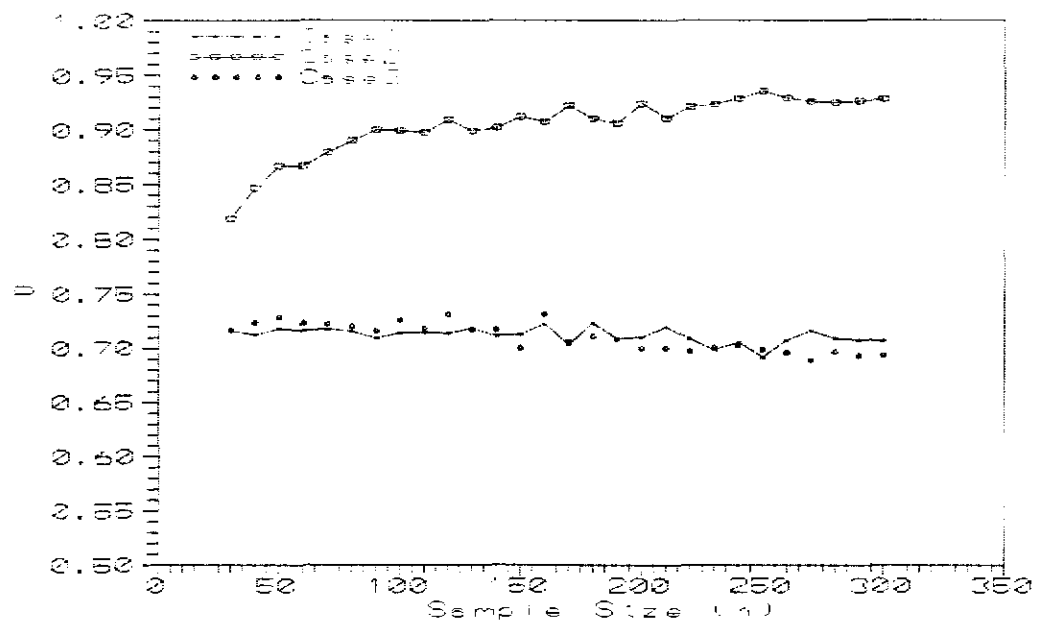


圖 3 常態分布資料擬合混合常態分布所得之 P (1000 組平均)

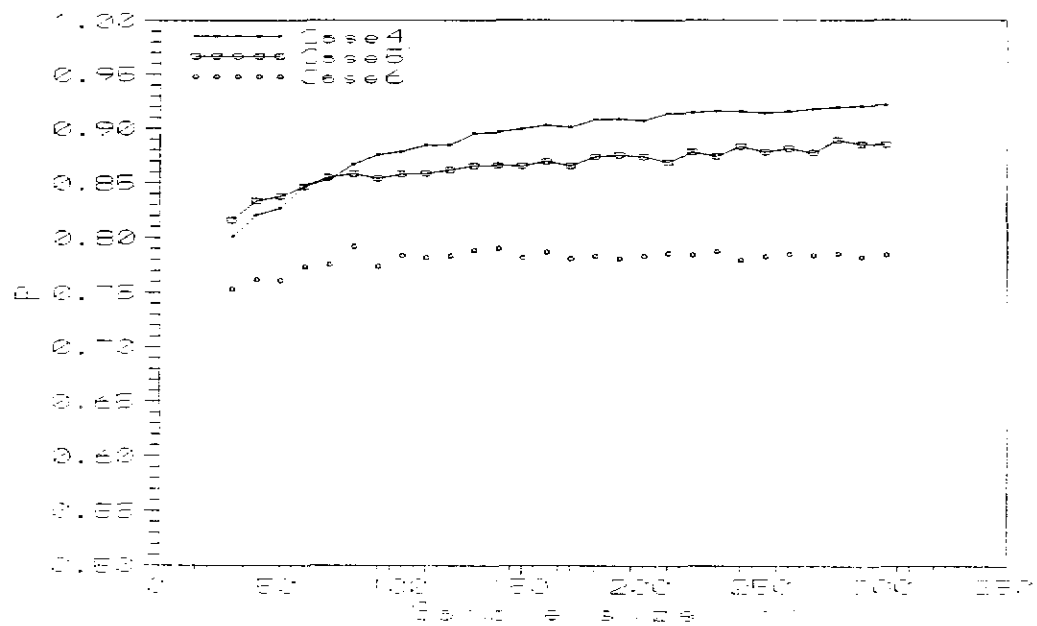


圖 4 常態分布資料擬合混合對數常態分布所得之 P (1000 組平均)

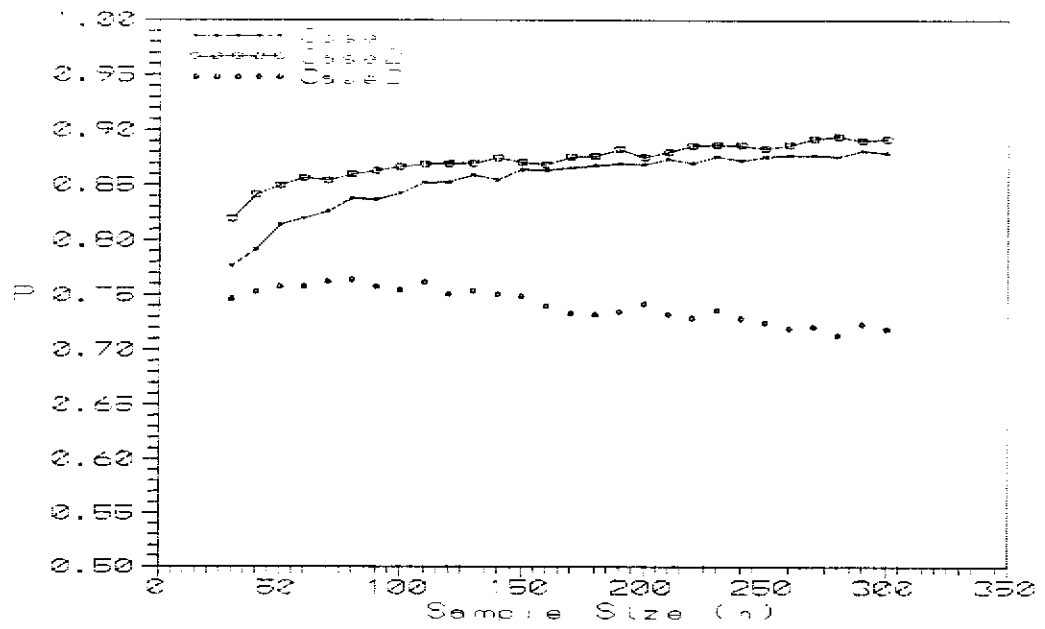


圖 5 對數常態分布資料擬合混合常態分布所得之 P (1000 組平均)

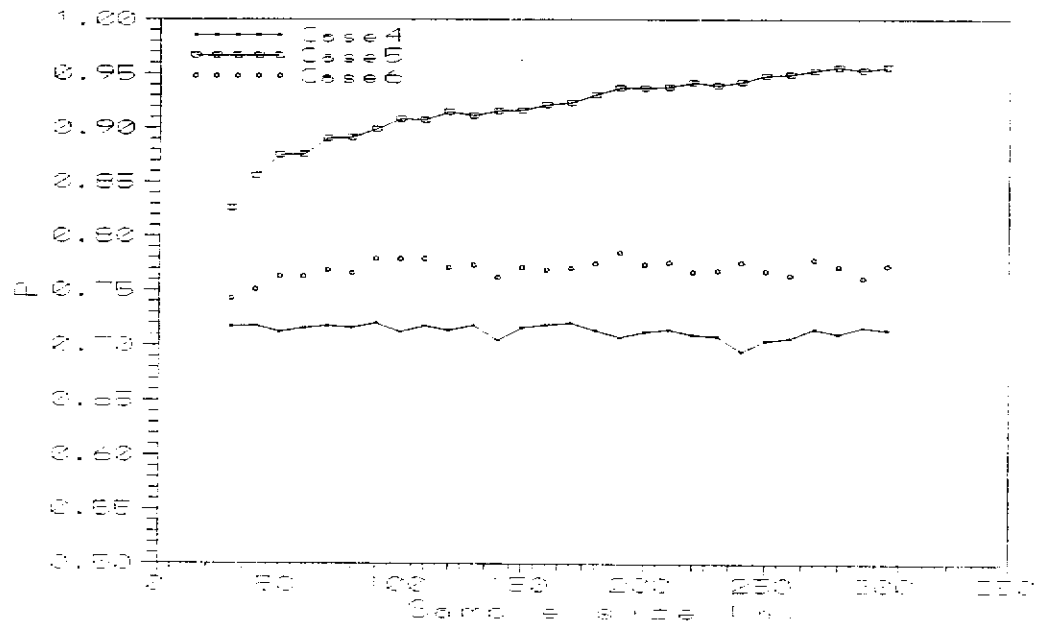


圖 6 對數常態分布資料擬合混合對數常態分布所得之 P (1000 組平均)

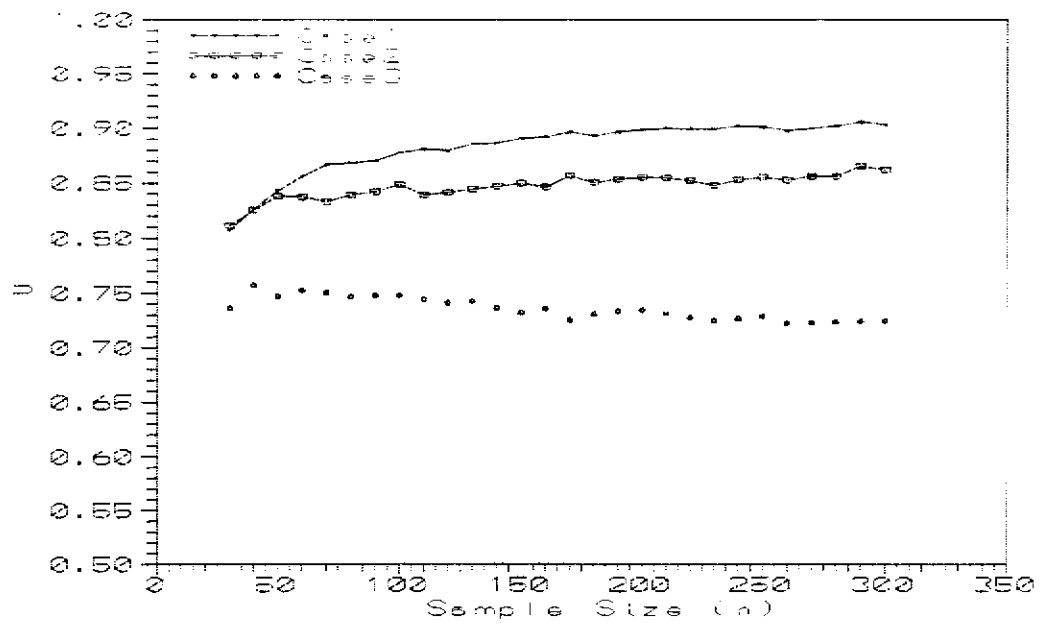


圖 7 極端值 I 型分布資料擬合混合常態分布所得之 P (1000 組平均)

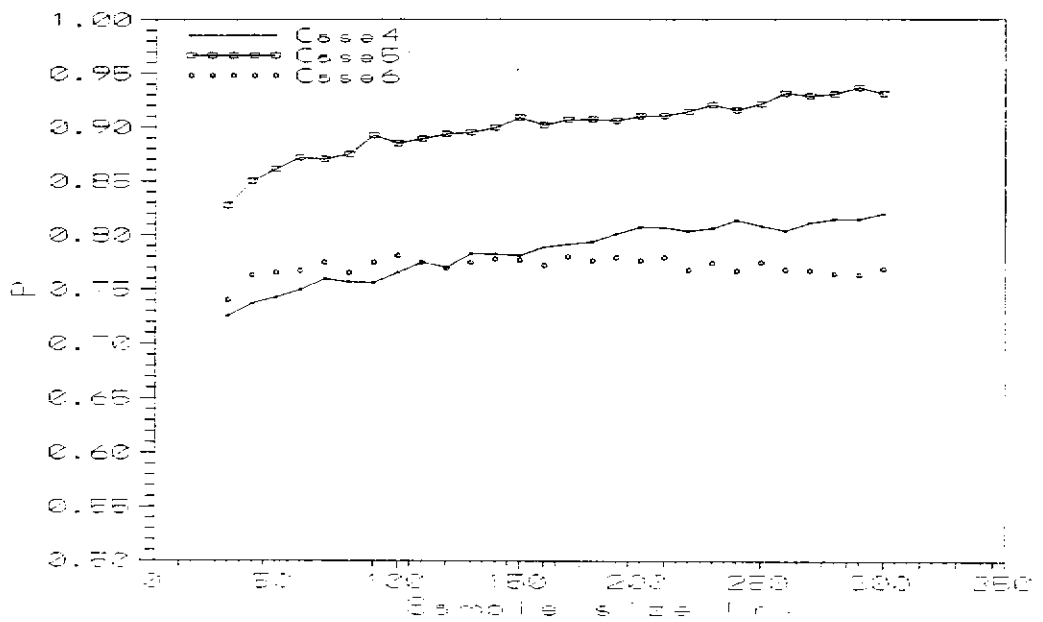


圖 8 極端值 I 型分布資料擬合混合對數常態分布所得之 P (1000 組平均)

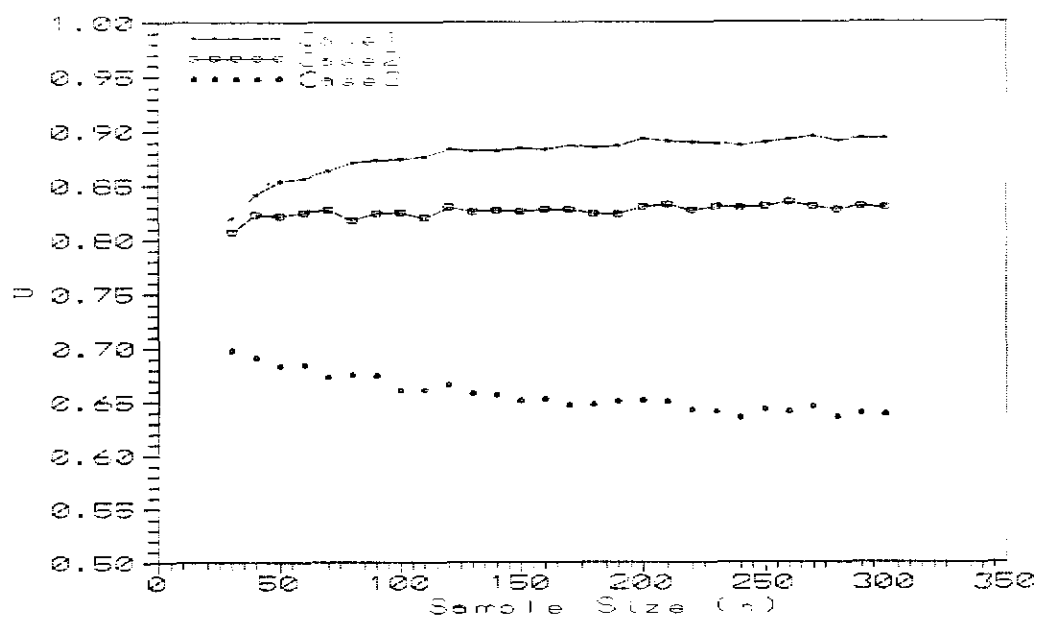


圖 9 皮爾遜Ⅲ型分布資料擬合混合常態分布所得之 P (1000 組平均)

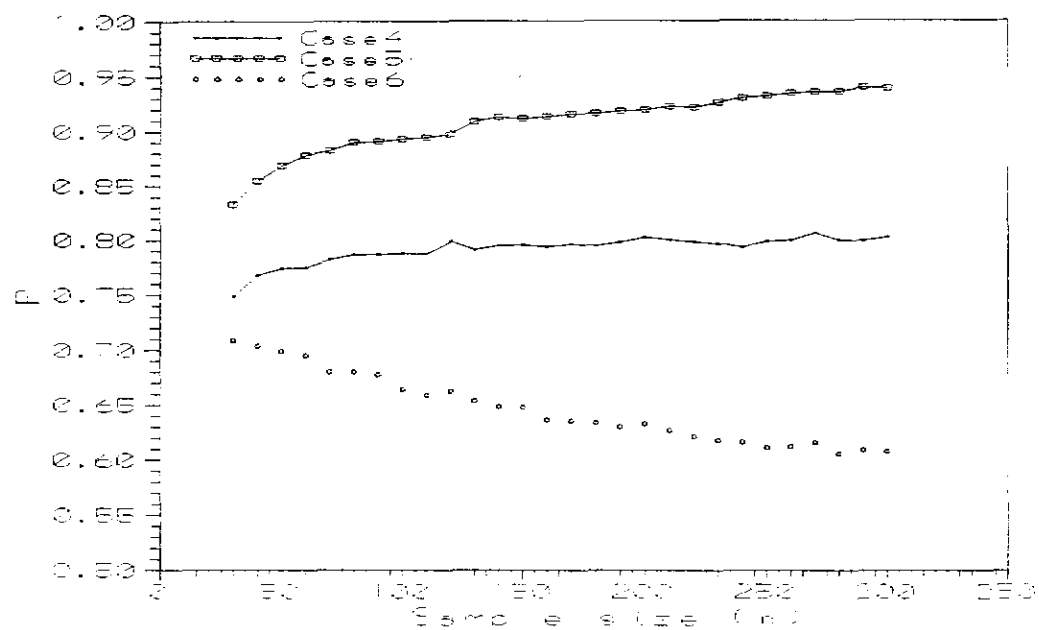


圖 10 皮爾遜Ⅲ型分布資料擬合混合對數常態分布所得之 P (1000 組平均)

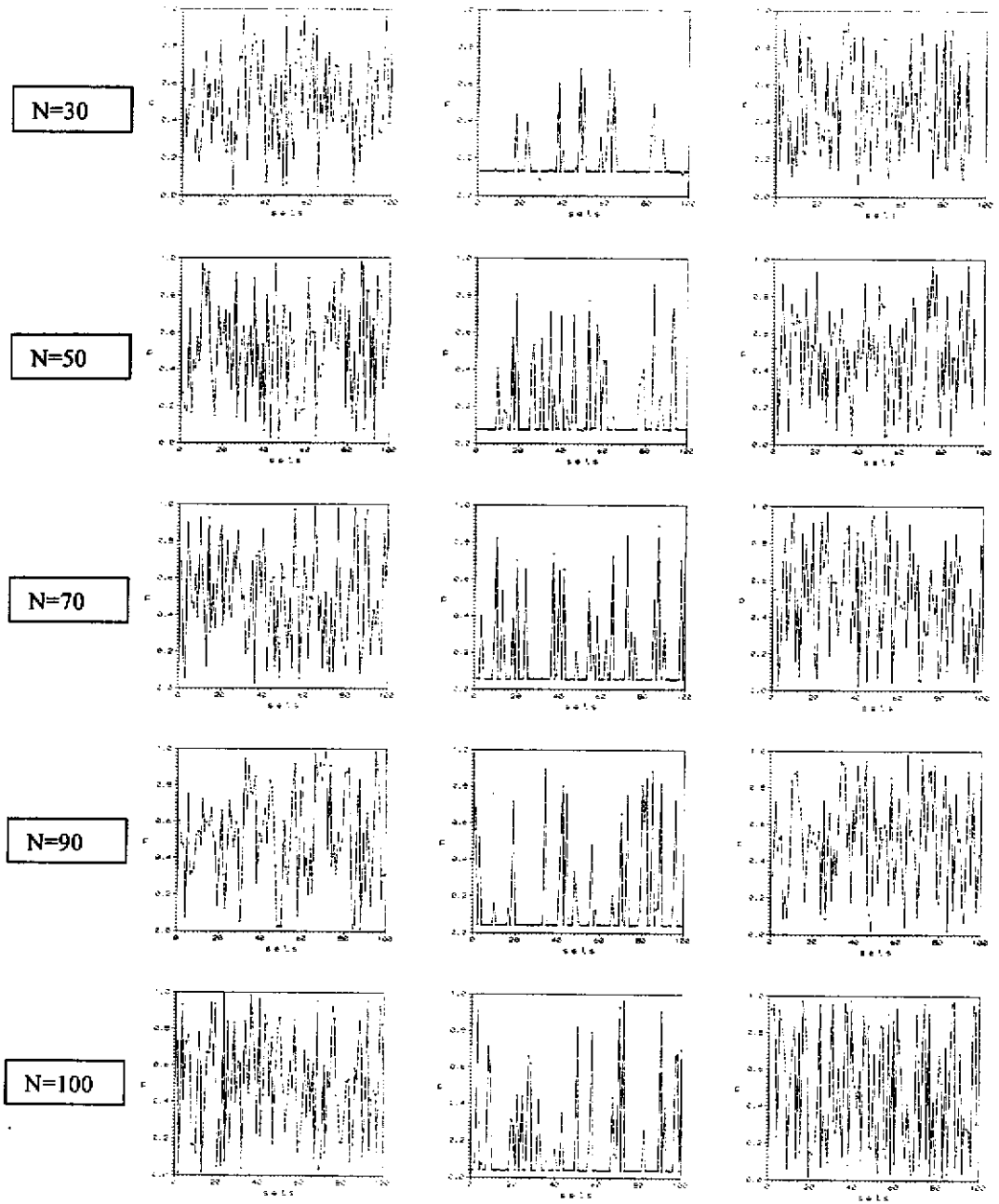


圖 11 常態分布，擬合混合常態分布所得之 p
 (左) case 1 (中) case 2 (右) case 3

註： N 表樣本大小。

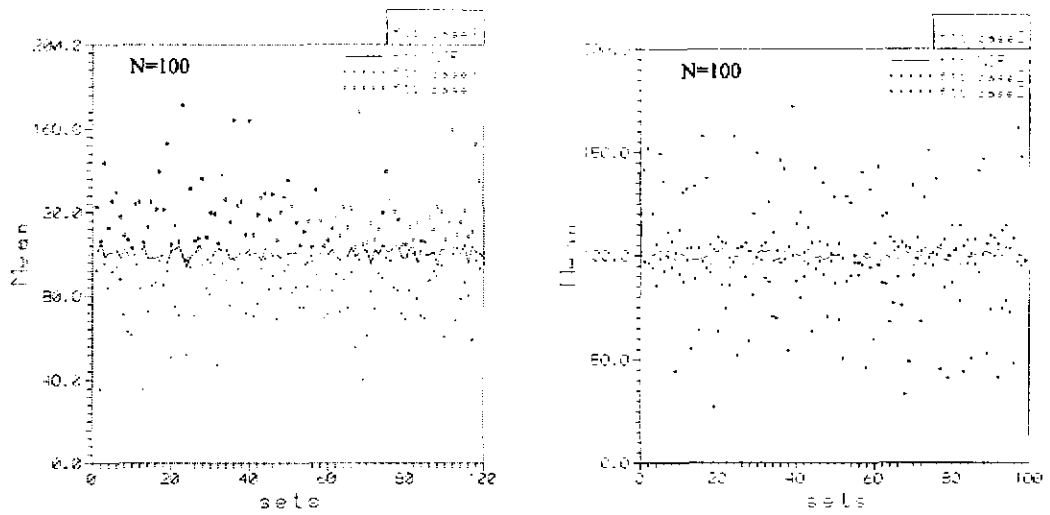


圖 12 常態分布資料擬合 csae 1、case 3 之平均值與資料平均值之關係

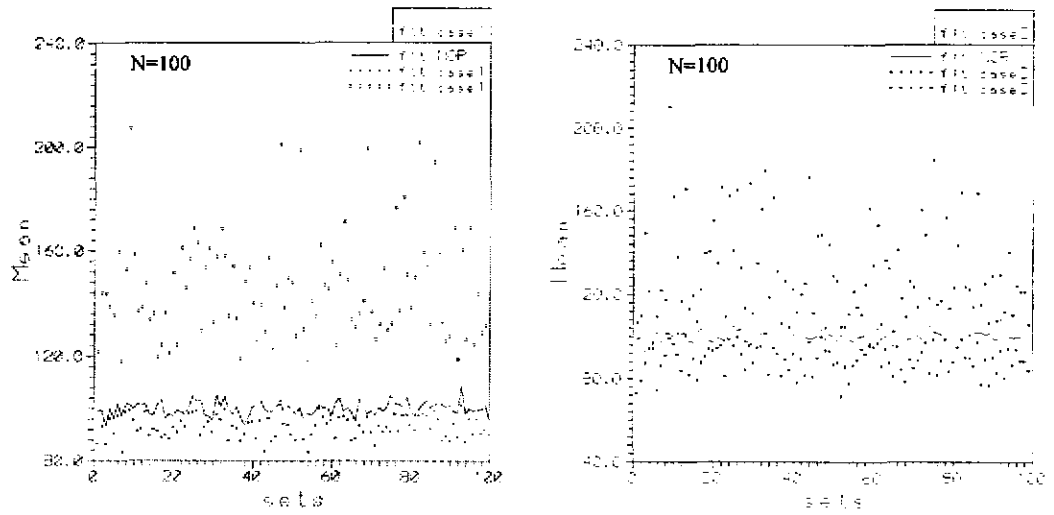


圖 13 對數常態分布資料擬合 csae 1、case 3 之平均值與資料平均值之關係

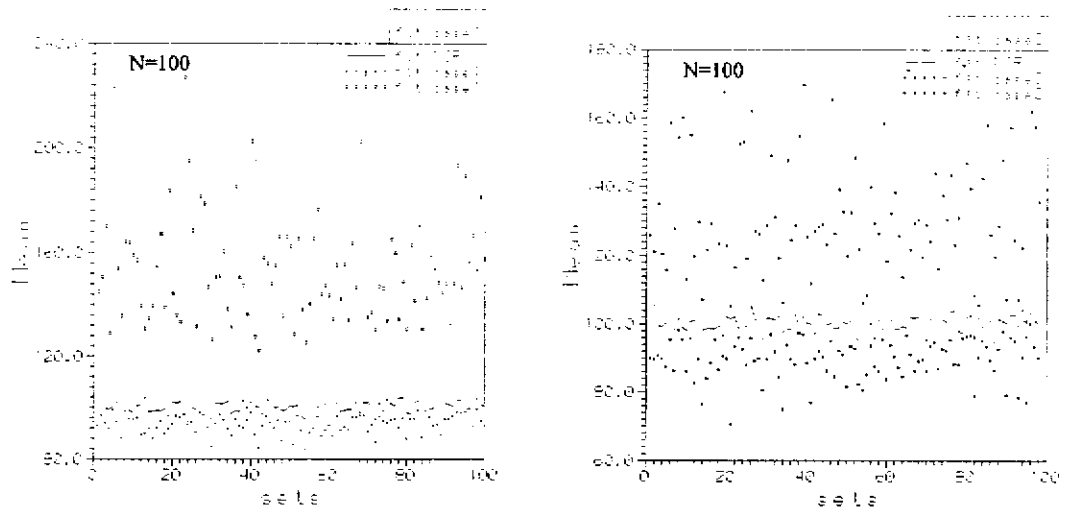


圖 14 極端值 I 型分布資料擬合 csae 1、case 3 之平均值與資料平均值之關係

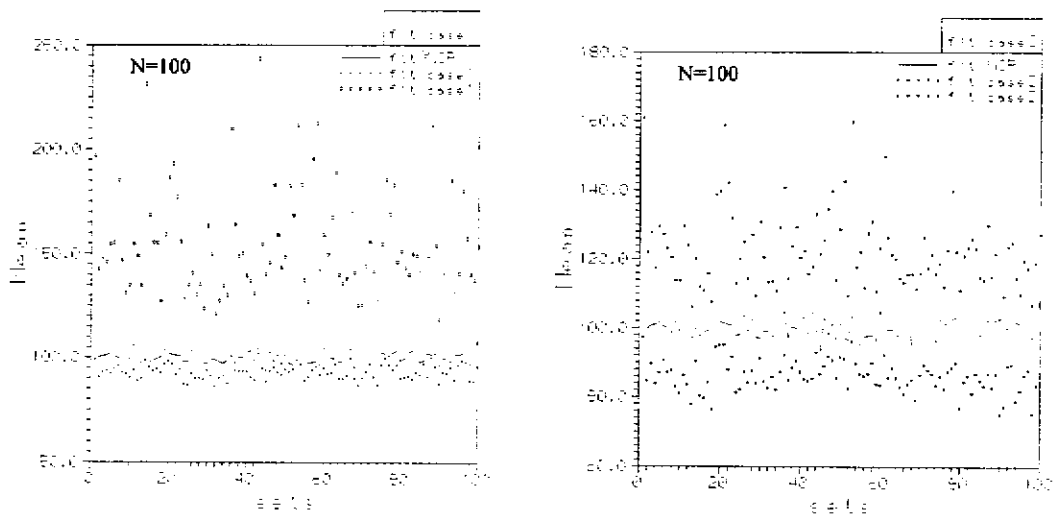


圖 15 皮爾遜III型分布資料擬合 csae 1、case 3 之平均值與資料平均值之關係

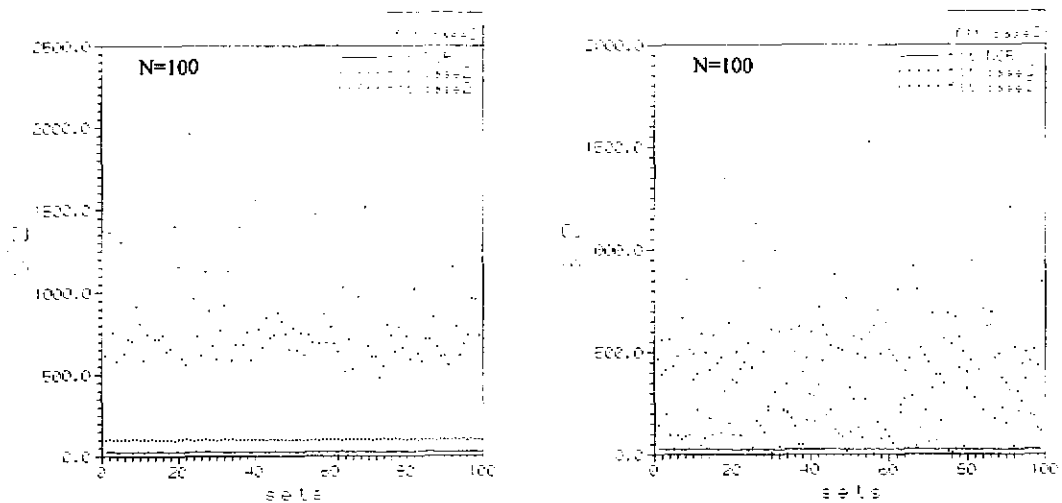


圖 16 常態分布資料擬合 csae 2、case 3 之變異數與資料變異數之關係

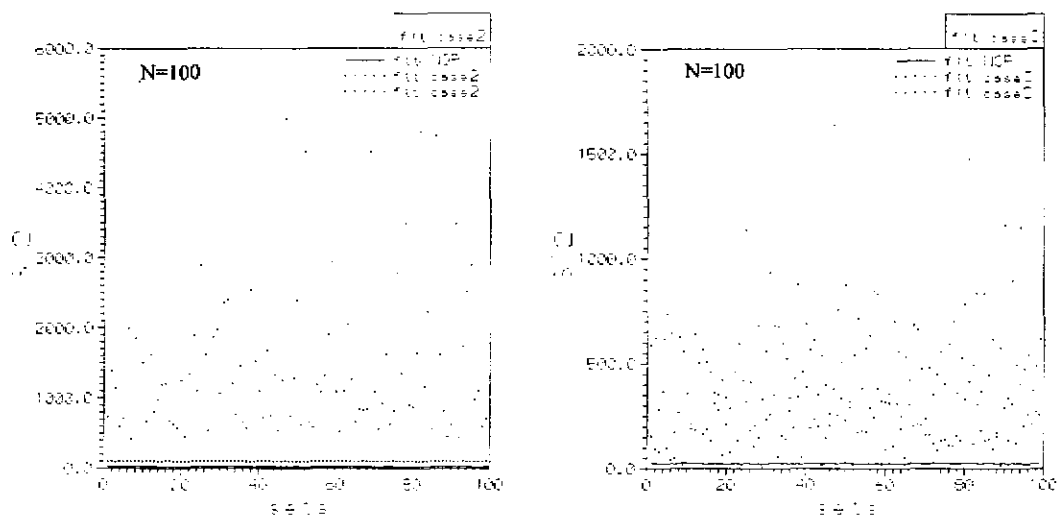


圖 17 對數常態分布資料擬合 csae 2、case 3 之變異數與資料變異數之關係

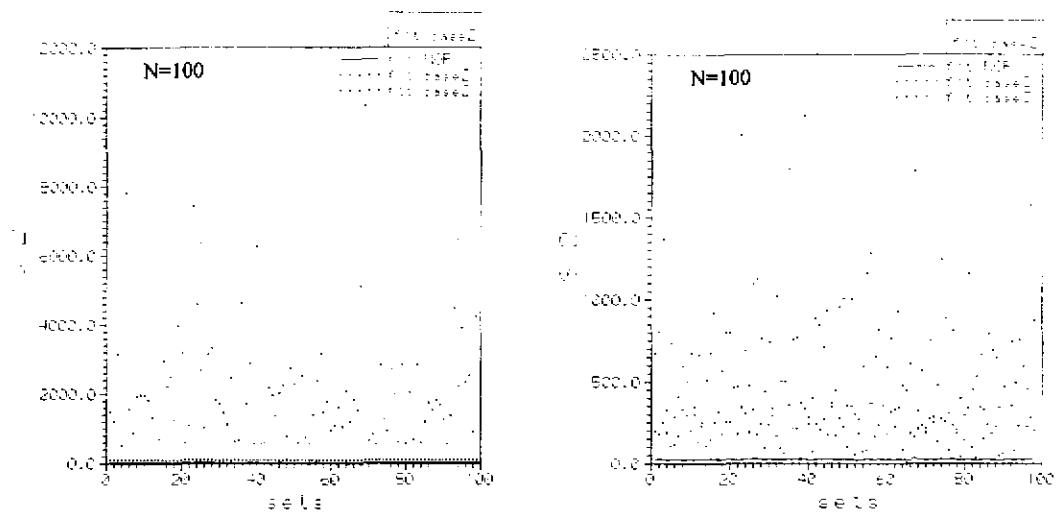


圖 18 極端值型 I 分布資料擬合 csae 2、case 3 之變異數與資料變異數之關係

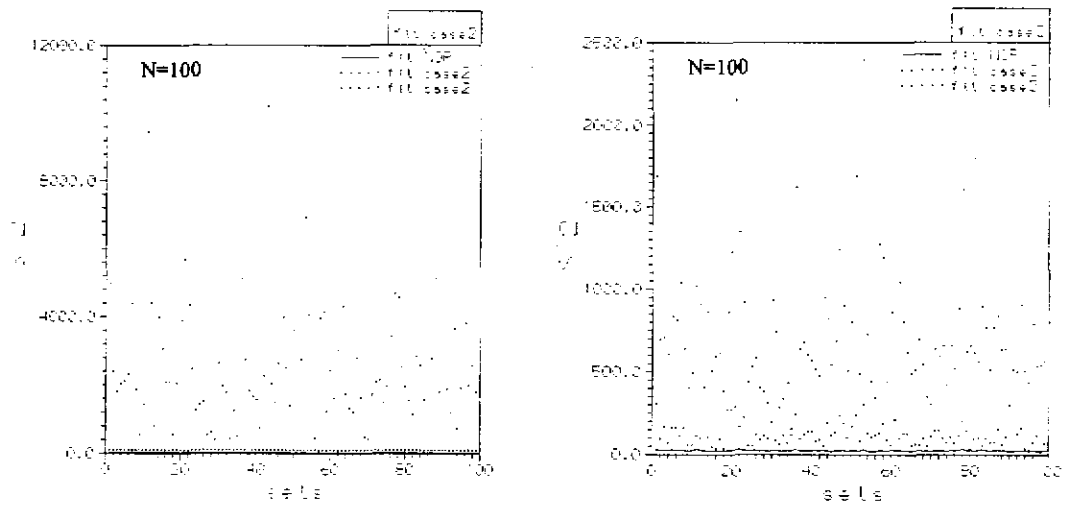


圖 19 皮爾遜Ⅲ分布資料擬合 csae 2、case 3 之變異數與資料變異數之關係

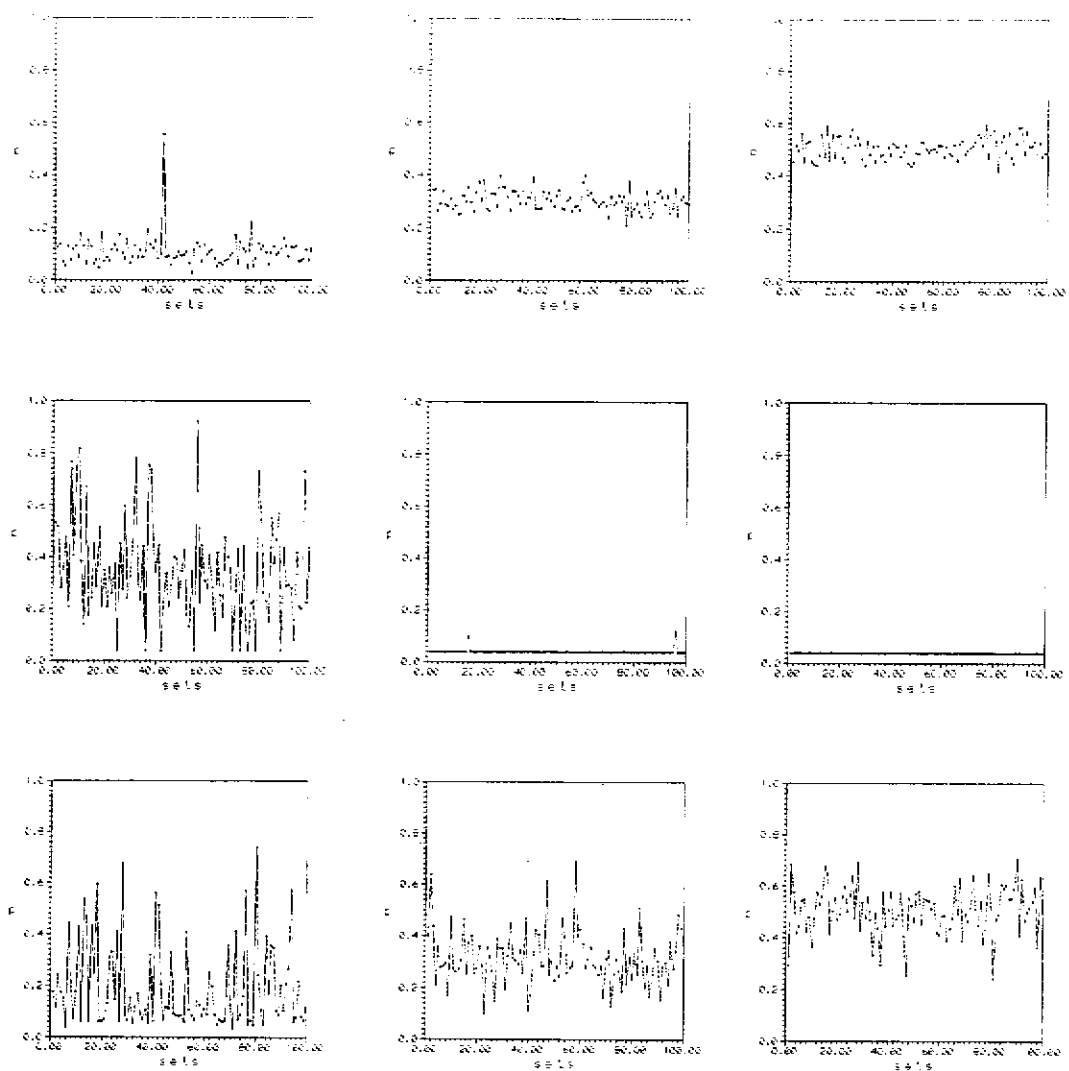


圖 20 csae 1 之資料擬合混合常態分布所得之 p (低離散度, 樣本大小 100)
(上) case 1 (中) case 2 (下) case 3

註: case 1 之 p 由左至右為 0.1、0.3、0.5

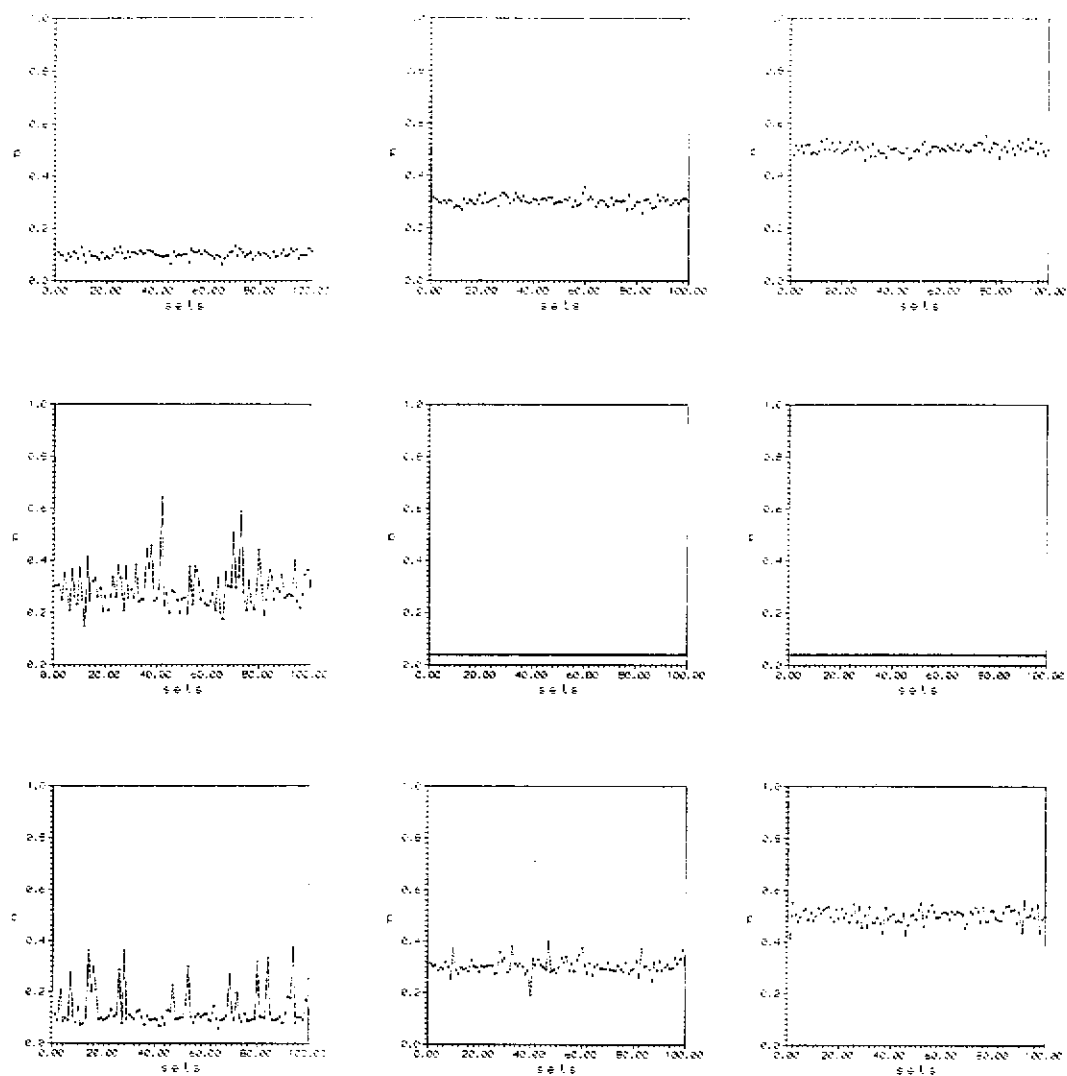


圖 21 csae 1 之資料擬合混合常態分布所得之 p (中離散度, 樣本大小 100)
(上) case 1 (中) case 2 (下) case 3

註: case 1 之 p 由左至右為 0.1、0.3、0.5

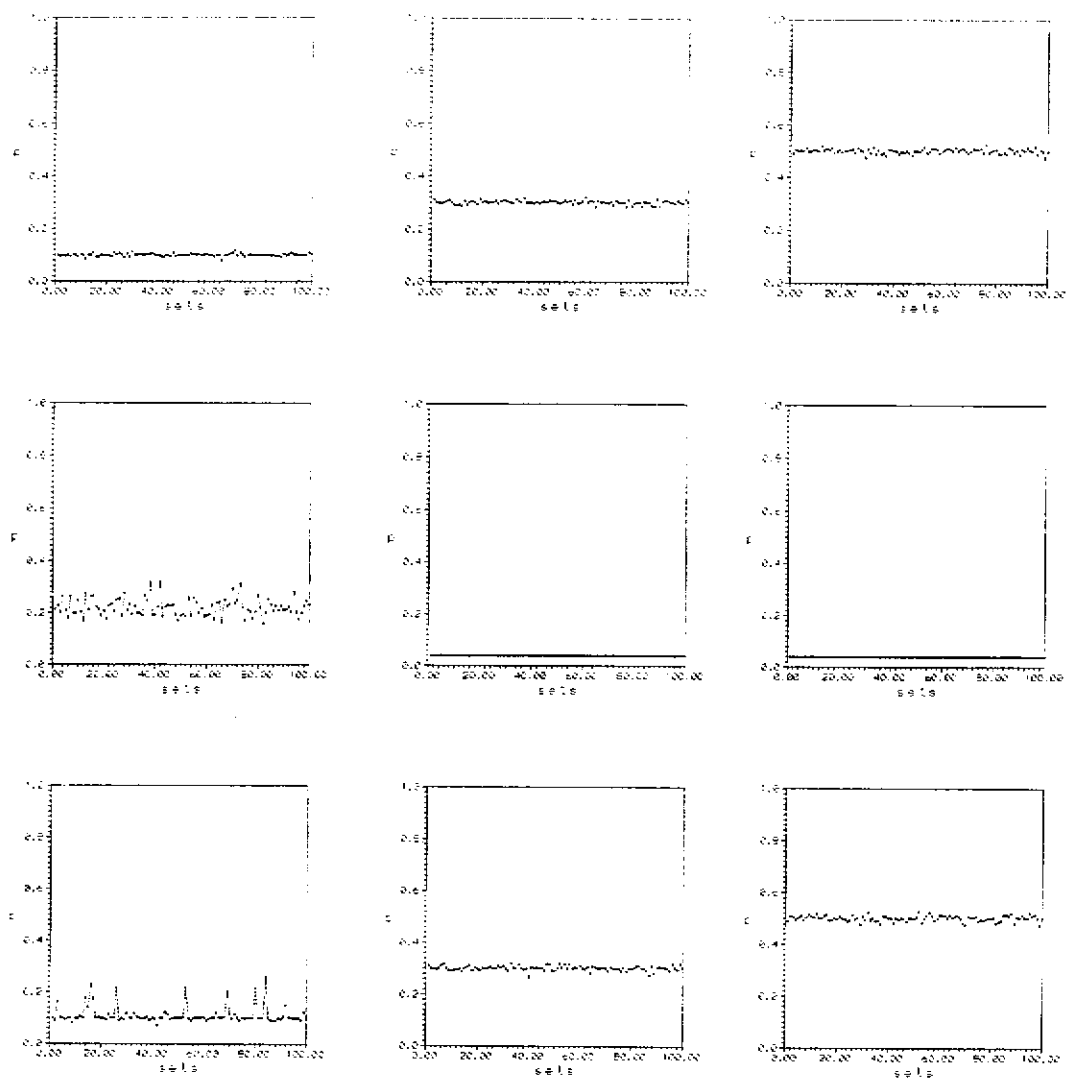


圖 22 csae 1 之資料擬合混合常態分布所得之 p (高離散度, 樣本大小 100)
(上) case 1 (中) case 2 (下) case 3

註: case 1 之 p 由左至右為 0.1、0.3、0.5

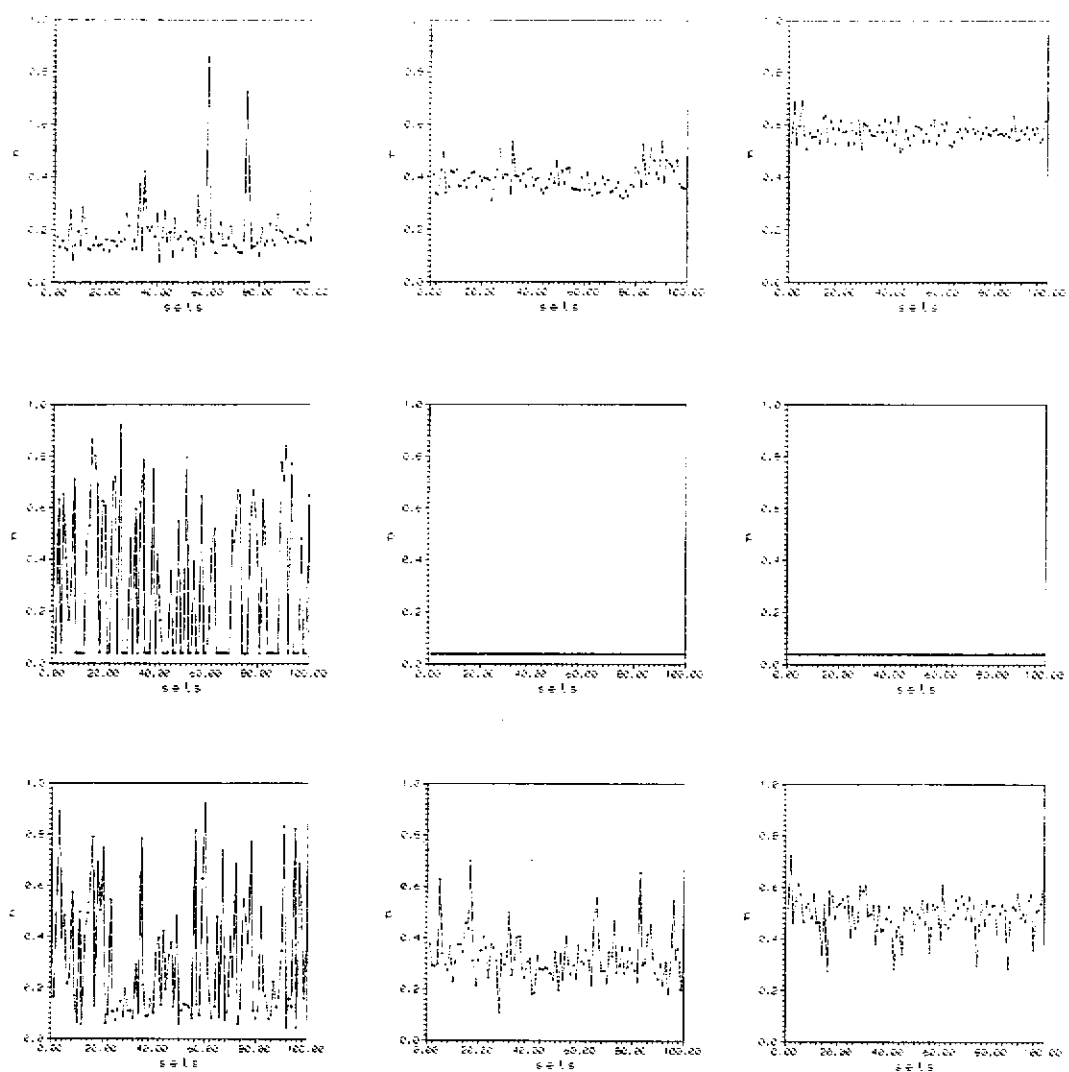


圖 23 csae 3 之資料擬合混合常態分布所得之 p (低離散度, 樣本大小 100)
(上) case 1 (中) case 2 (下) case 3

註: case 3 之 p 由左至右為 0.1、0.3、0.5

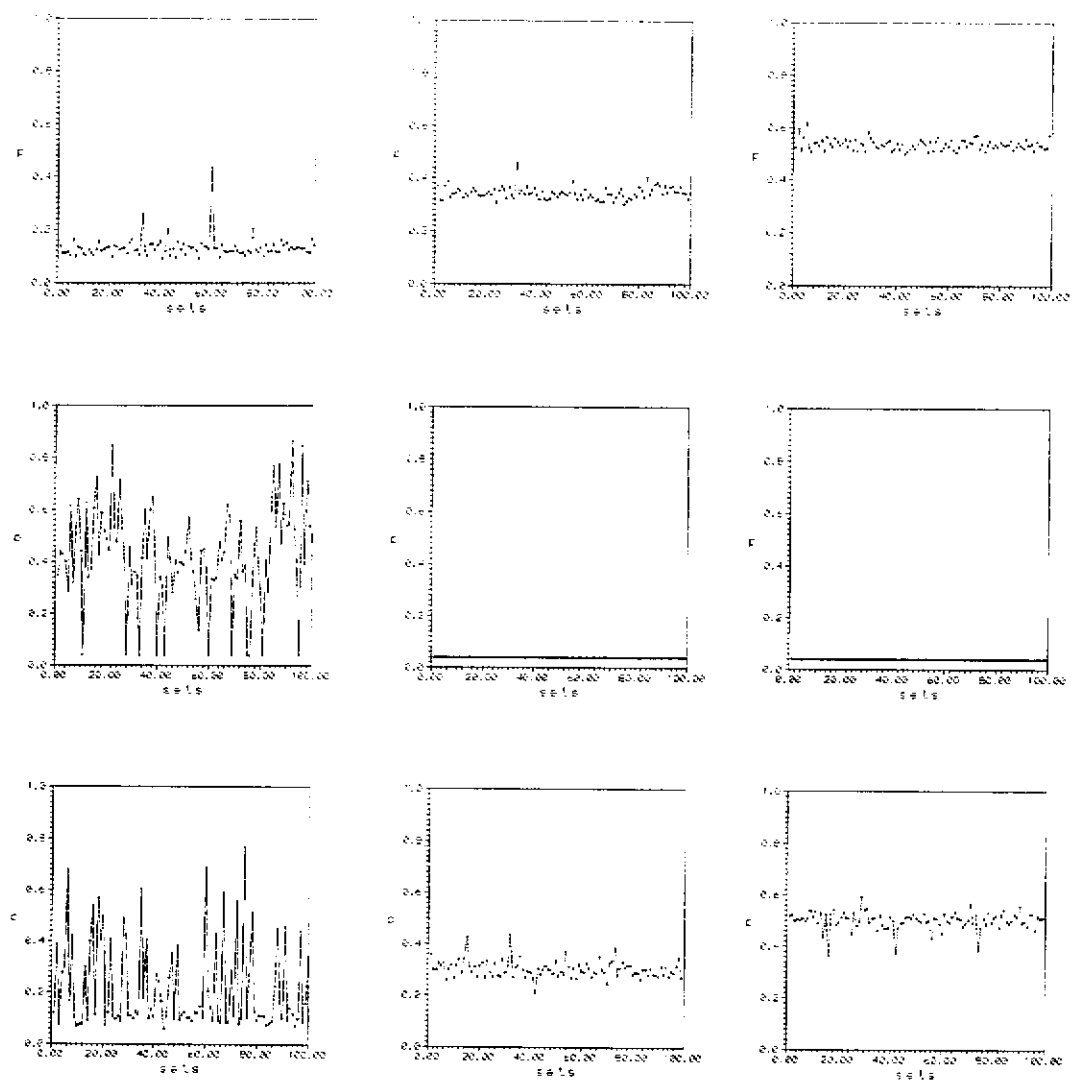


圖 24 csae 3 之資料擬合混合常態分布所得之 p (中離散度，樣本大小 100)
(上) case 1 (中) case 2 (下) case 3

註： case 3 之 p 由左至右為 0.1、0.3、0.5

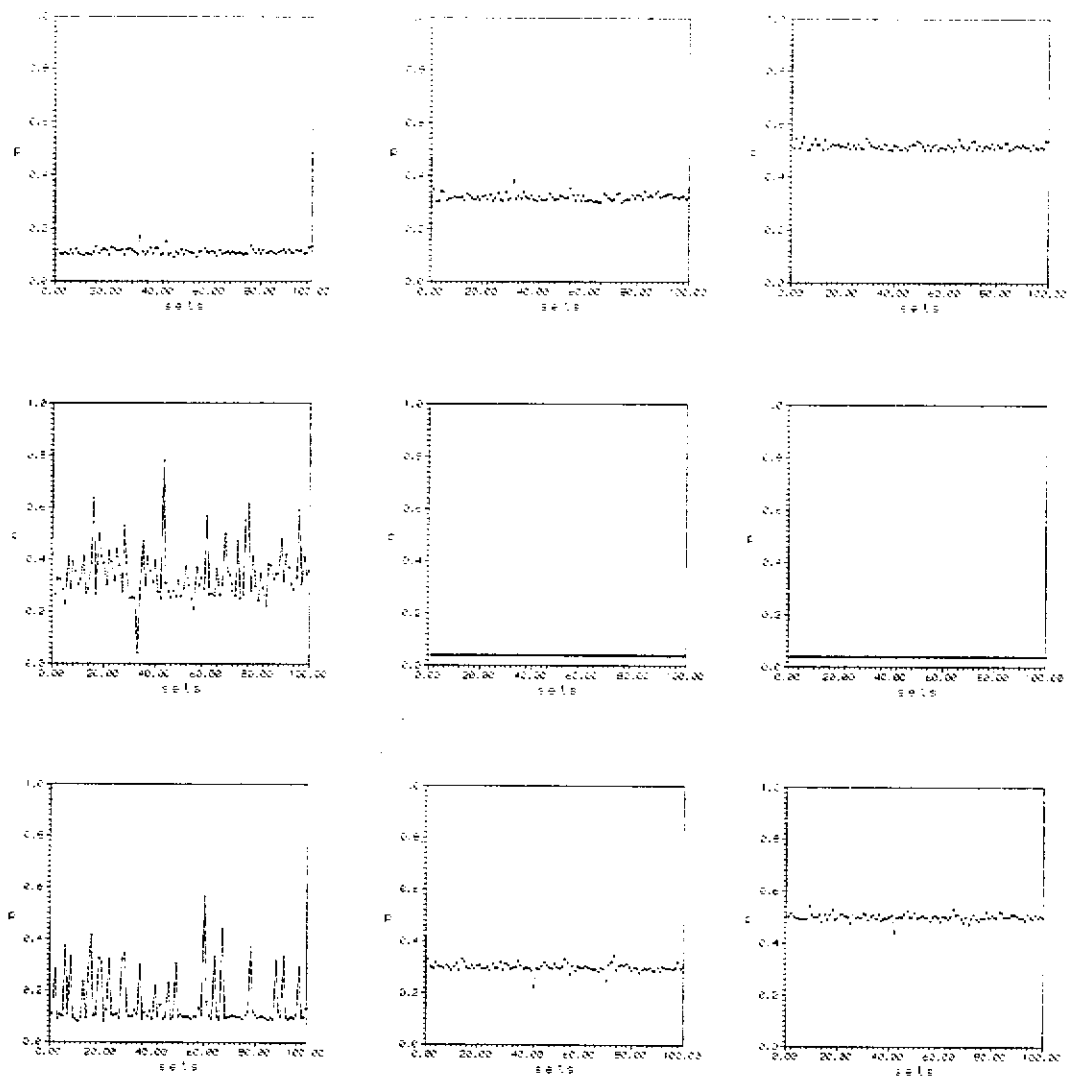


圖 25 csae 3 之資料擬合混合常態分布所得之 p (高離散度, 樣本大小 100)

(上) case 1 (中) case 2 (下) case 3

註: case 3 之 p 由左至右為 0.1、0.3、0.5

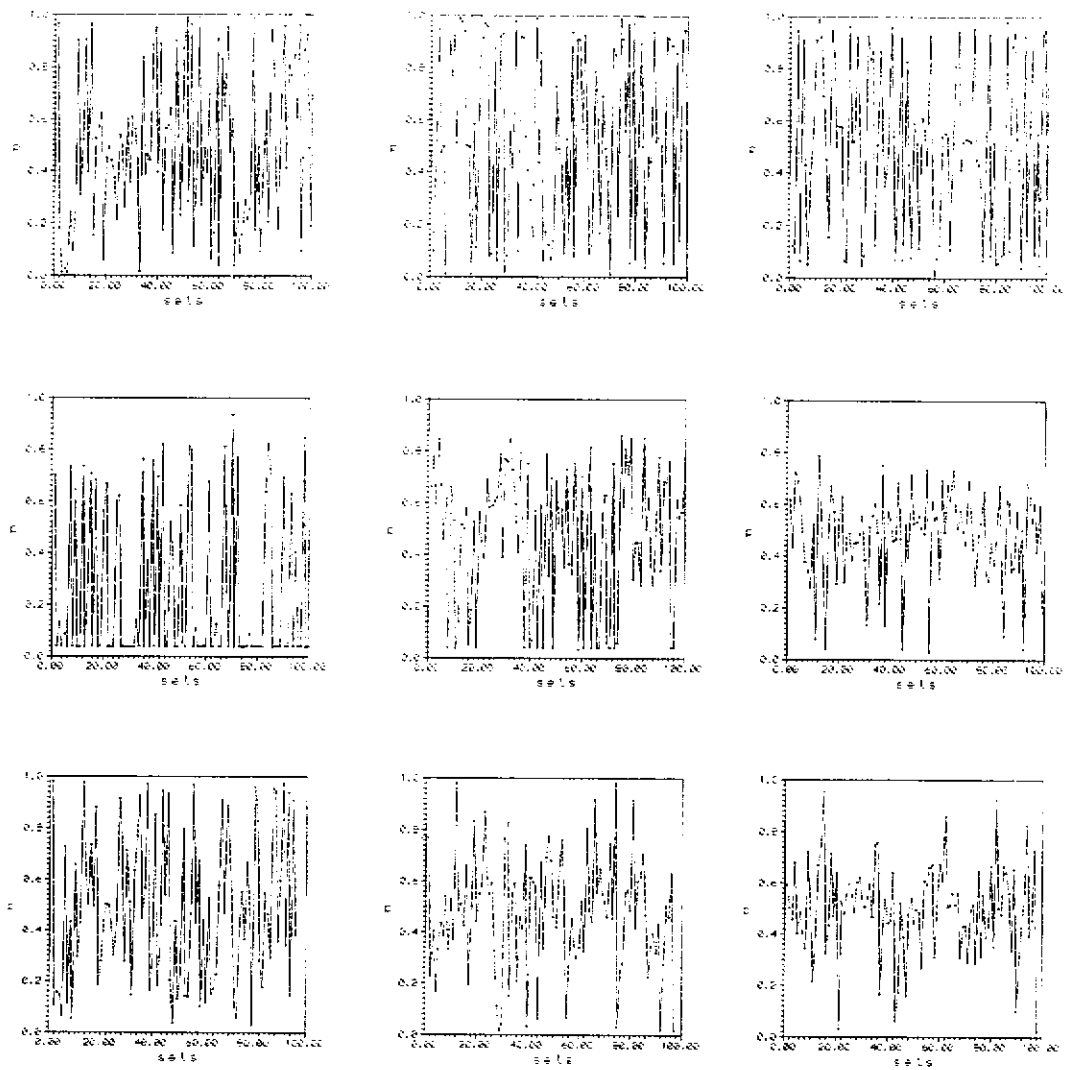


圖 26 csae 2 之資料擬合混合常態分布所得之 p (低離散度, 樣本大小 100)
(上) case 1 (中) case 2 (下) case 3

註: case 2 之 p 由左至右為 0.1、0.3、0.5

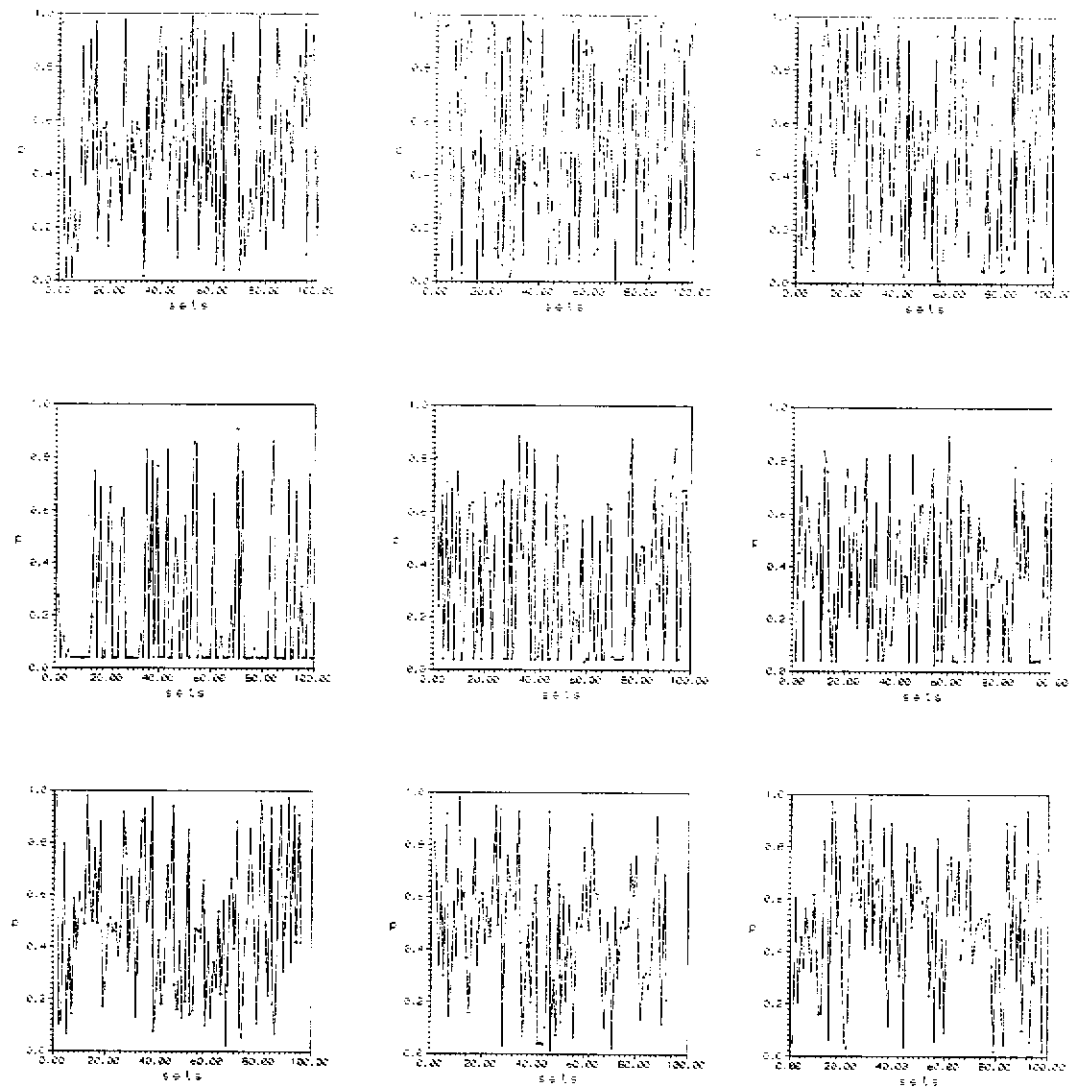


圖 27 csae 2 之資料擬合混合常態分布所得之 p (中離散度, 樣本大小 100)

(上) case 1 (中) case 2 (下) case 3

註: case 2 之 p 由左至右為 0.1、0.3、0.5

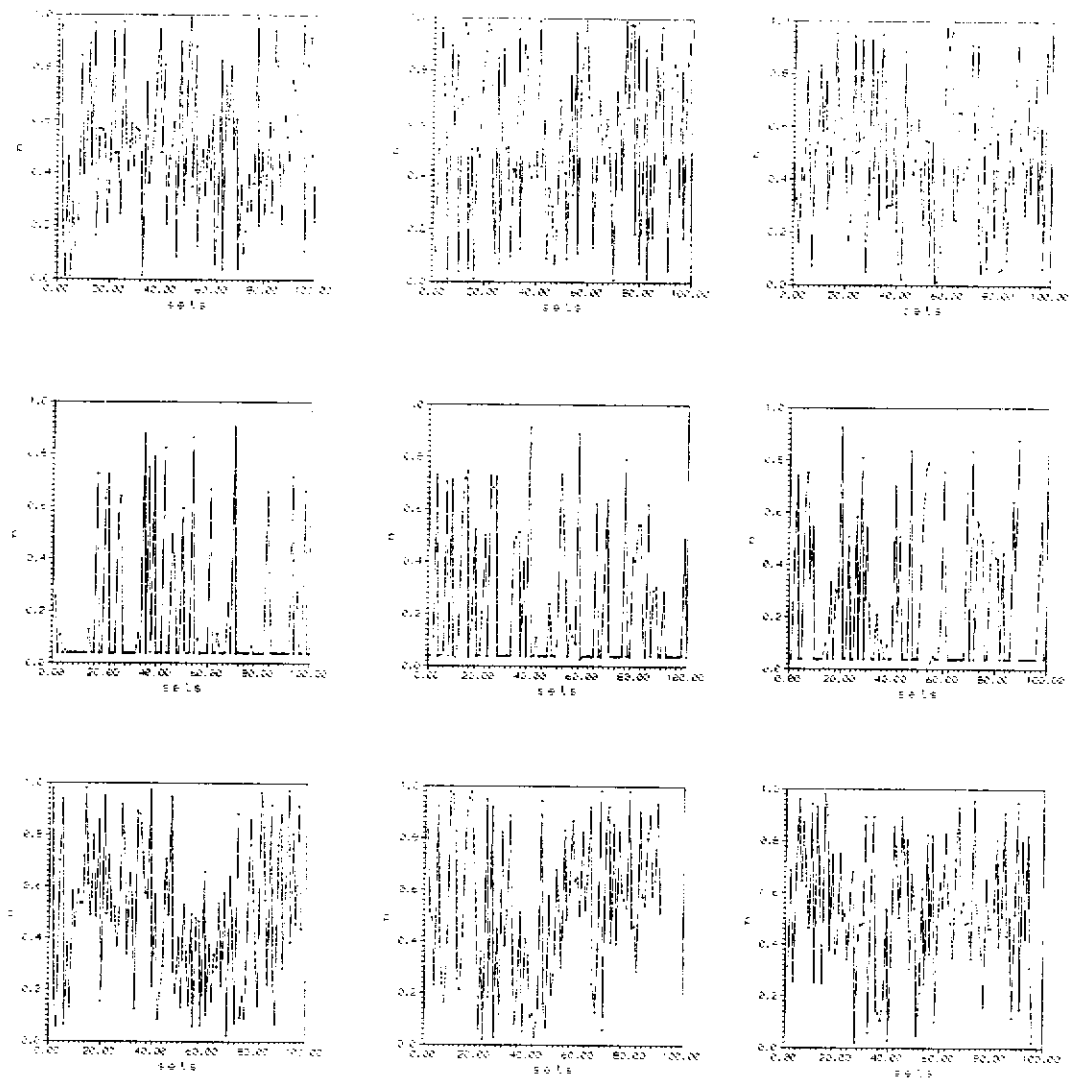


圖 28 csae 2 之資料擬合混合常態分布所得之 p (高離散度, 樣本大小 100)

(上) case 1 (中) case 2 (下) case 3

註: case 2 之 p 由左至右為 0.1、0.3、0.5